

Ejercicios de Métodos Matemáticos I

Curso 2005-2006 Hoja 1

- I. En cada uno de los problemas siguientes determinar el orden de la ecuación diferencial dada; especificar si la ecuación es lineal o no lineal.
- (1) $x^2y'' + xy' + 2y = \sin x$
 - (2) $(1+y^2)y'' + xy' + y = e^x$
 - (3) $y'''' + y'' + y'' + y = 1$
 - (4) $y'' + \sin(x+y) = \sin x$
 - (5) $y' + xy^2 = 0$
 - (6) $y'' + xy' + (\cos^2x)y = x^3$
- II. En cada uno de los problemas siguientes verificar que la función o funciones que se dan son solución de la ecuación diferencial
- (1) $y'' - y = 0$; $y_1(x) = e^x$, $y_2(x) = \cosh x$
 - (2) $y'' + 2y' - 3y = 0$; $y_1(x) = e^{-3x}$, $y_2(x) = \sinh x + \cosh x$
 - (3) $xy' - y = x^2$; $y(x) = 3x + x^2$
 - (4) $2x^2y'' + 3xy' - y = 0$, $x > 0$; $y_1(x) = x^{1/2}$, $y_2(x) = 1/x$
 - (5) $x^2y'' + 5xy' + 4y = 0$, $x > 0$; $y_1(x) = x^{-2}$, $y_2(x) = x^{-2}\ln x$
 - (6) $y'' + y = \sec x$, $0 < x < \pi/2$; $y(x) = \cos x \ln \cos x + x \sin x$
- III. En cada uno de los problemas siguientes determinar los valores de r para los que la ecuación diferencial dada tiene soluciones de la forma $y = x^r$, para $x > 0$. Dar la expresión de las soluciones.
- (1) $x^2y'' + 4xy' + 2y = 0$
 - (2) $x^2y'' - 3xy' + 5y = 0$
 - (3) $x^2y'' - xy' + y = 0$
 - (4) $x^2y'' + axy' + by = 0$
- IV. En cada uno de los problemas siguientes obtener un esquema del campo direccional de la ecuación diferencial dada y determinar el comportamiento de la solución cuando $x \rightarrow \pm\infty$
- (1) $y' = -1 - 2y$

$$(2) y' = -2 + x - y$$

$$(3) y' = e^{-x} + y$$

$$(4) y' = y + 2$$

$$(5) y' = xe^{-2x} - 2y$$

$$(6) y' = y(4 - y)$$

V. En cada uno de los problemas siguientes determinar las isoclinas y usarlas para trazar el campo direccional

$$(1) y' = 3 - 2y$$

$$(2) y' = -y(1 + y^2)$$

$$(3) y' = x^2 + y^2$$

$$(4) y' = (1 - y)(2 - y)$$

$$(5) y' = 2x - 3y$$

$$(6) y' = 1 - xy$$