Ejercicios de Métodos Matemáticos I
Curso 2005-2006 Hoja 2

I. Fuerza de Coriolis y desviación hacia el este y el sur.

(1) Estudiamos el movimiento de una partícula de masa m, que cae libremente, a partir de un punto A (a la latidud λ) situado a una altidud h por encima de la tierra. Elegimos un sistema de referencia Axyz (Ax, tangente al paralelo, dirigida hacia el este; Ay tangente al meridiano, dirigido hacia el norte;Az, vertical dirigida hacia arriba) para localizar la posición de la partícula. Sea ω la velocidad de rotación del planeta (el periodo T de revolución entera es un dia).
Recordad que se puede demostrar que en un sistema Axyz non galileo, según Newton, tenemos la relación g - $2\omega \wedge v = a$, con g la gravedad, ω la velocidad angular, v la velocidad y a la acceleración.
Demostrar que en el hemisferio norte, a segundo orden en ω (ω pequeño), la particula está desviada con respecto a la vertical una cantidad y_1 hacia el sur, y x_1 hacia el este.
Obtener las desviaciones x_1 e y_1 al llegar al suelo, como función de ω, h, λ et g.
Aplicación numerica: calcular x_1 e y_1 cuando $h = 200$m, en un lugar de latitud $\lambda = 45^o$.

(2) La particula ahora es lanzada, desde el suelo, en el plano xAz, en la dirección del este, con una velocida inicial v_0, y un angulo α_0 con la horizontal.

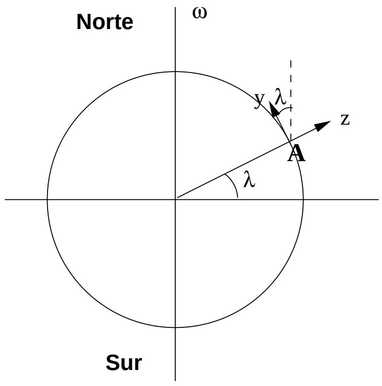

Figure 1: Sistema de referencia

i. Demostrar que, por la rotación de la tierra, la dinamíca es como si la acceleración de la gravedad hubiera sufrido una variación dg que exprimimos como función de ω, λ, v_0 y α_0 (despreciamos los terminos en ω^2).

ii. Luego, deducir la desviación de la particula al llegar al suelo horizontal, como función de ω, v_0, α_0 y g.
Aplicación numerica: $g = 10$ ms^{-2}, $v_0 = 141.4$ ms^{-1}, $\lambda = 45^o$ y α_0 que da la desviación maximal.

II. En cada uno de los problemas siguientes, determinar la solución del problema con valor inicial dado. Encontrar el intervalo en el que la solución es válida.

(1) xy' + 2y = x^2 - x + 1; y(1) = 1/2

(2) y' - (tan x) y = 4sin x ; y(π) = 1

(3) (1-x^2)y' - xy = x(1-x^2); y(0) = 2

III. Demostrar que la ecuación dy/dx = (y-4x)/(x-y) no es separable, pero sí homogénea.