Ejercicios de Métodos Matemáticos I
Curso 2005-2006 Hoja 3

I. En cada uno de los problemas siguientes, determinar la solución del problema con valor inicial dado. Encontrar el intervalo en el que la solución es válida.

(1) xy' + y = e^x; y(1) = 1

(2) y' + (cot x) y = 2cosec x ; y(π/2) = 1

(3) y' + y = 1/(1+x^2); y(0) = 0

II. En cada uno de los problemas siguientes, resolver la ecuación diferencial dada y determinar el intervalo en el que la solución es válida.

(1) y' = x^2/y

(2) y' + y^2sin x=0

(3) y' = $\cos^2$x $\cos^2$2y

(4) y' = (x-e^{-x})/(y+e^y)

(5) y' = x/y(1+x^2)

(6) y' = 1 + x + y^2 + xy^2

III. Lenteja sobre varilla girando

Una lenteja de masa m puede moverse libremente sobre una varilla de masa despreciable girando con una velocidad angular ω.

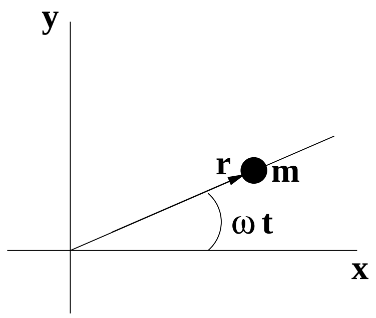

Figure 1: Lenteja sobre varilla girando

(1) Determinar el Lagrangiano $L = T - V$ del sistema, donde T es la energia cinetica y V la energia potencial.
Ayuda: la coordenada generalizada del sistema es la distancia $q = r$ de la lenteja al origen. x=q cos(wt), y=q sin(wt)

(2) A partir de las ecuaciones de Euler-Lagrange

$$\frac{\partial L}{\partial q} = \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}$$

hallar la ecuación diferencial y su solución general.

(3) Determinar las soluciones particulares con las condiciones iniciales siguientes y describir su comportamiento cuando $t \to \infty$:

i. $q(t=0) = r_0 > 0$, $\dot{q}(t=0)=0$

ii. $q(t=0) = r_0$, $\dot{q}(t=0)= -r_0\omega$