

Ejercicios de Métodos Matemáticos I

Curso 2005-2006 Hoja 4

I. En cada uno de los problemas siguientes, trace la gráfica de dN/dt contra N . Determinar los puntos críticos (de equilibrio) y clasificarlos cada uno como estable, inestable o semiestable.

- (1) $dN/dt = aN + bN^2$ $a > 0, b > 0, N_0 \geq 0$
- (2) $dN/dt = aN + bN^2$ $a > 0, b > 0, -\infty < N_0 < \infty$
- (3) $dN/dt = N(N-1)(N-2)$ $N_0 \geq 0$
- (4) $dN/dt = e^N - 1$ $-\infty < N_0 < \infty$
- (5) $dN/dt = aN - b\sqrt{N}$ $a > 0, b > 0, N_0 \geq 0$
- (6) $dN/dt = N^2(4-N^2)$ $-\infty < N_0 < \infty$
- (7) $dN/dt = N^2(1-N)^2$ $-\infty < N_0 < \infty$

II. En cada uno de los problemas siguientes, resolver el problema con valor inicial dado. Trazar la gráfica de la solución y describir el comportamiento para x creciente.

- (1) $y'' + 4y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1$
- (2) $y'' - 2y' + 5y = 0, y(\pi/2) = 0, y'(\pi/2) = 2$
- (3) $y'' + y = 0, y(\pi/3) = 2, y'(\pi/3) = -4$
- (4) $y'' + y' + 1.25y = 0, y(0) = 3, y'(0) = 1$

III. En un acelerador de partículas lineal, un electrón que parte con una velocidad inicial v_0 es acelerado por un campo eléctrico constante de magnitud E . Determinar la velocidad final

- (1) al cabo de t segundos
- (2) cuando ha recorrido x metros

[Ayuda: Hay que tener en cuenta el efecto relativista que hace que la masa del electrón varíe con su velocidad de acuerdo con la expresión

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

donde m_0 es la masa en reposo del electrón. Considerar la segunda Ley de Newton en la forma

$$\frac{d}{dt}(mv) = F \text{ en (1) y } v \frac{d}{dx}(mv) = F \text{ en (2)}$$

donde $F = eE$ es la fuerza aplicada al electrón debido al campo eléctrico.]