Ejercicios de Métodos Matemáticos I
Curso 2005-2006 Hoja 8

I. **Fórmula de Abel**
Demostrar por inducción que el Wronskiano de las soluciones de la ecucación lineal $\mathbf{x}' = \mathbf{A(t)x}$, está dado por

$$W(x_1, ..., x_n) = c * exp \int tr(\mathbf{A}(t))dt,$$

donde $\mathbf{A(t)}$ es una matriz (n,n), y c es una constante.

II. Sea la ecuación de segundo orden y" + p(t)y' + q(t)y = 0.

(1) Demostrar que es equivalente al sistema de ecuaciones

x'= A(t)x, con

$$A(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -q(t) & -p(t) \end{pmatrix}$$

(2) Demostrar que si $\{x_1, x_2\}$ forman un conjunto fundamental de soluciones del sistema de ecuaciones y si $\{y_1, y_2\}$ son un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación de segundo órden, entonces

$$W(x_1, x_2) = c * W(y_1, y_2)$$

donde c es una constante.

(3) Suponer que $A(t)$ es una matriz (2,2) con coeficientes constantes, asociada a una ecuación de segundo órden $ay'' + by' + cy = 0$. Determinar la ecuación característica en ambos casos y compararlas.

III. Calcular la ecuación característica de la matrix de coeficientes A del sistema siguiente:

x'= A x, con

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -8 & -3 \\ -18 & -1 & 0 & 0 \\ -9 & -3 & -25 & -9 \\ 33 & 10 & 90 & 32 \end{pmatrix}$$

Confirmar que A tiene repetido un par complejo conjugado de autovalores $\lambda_1{=}\lambda_2^*$. Encontrar la cadena de autovectores generalizados asociada al autovalor λ_1. A continuación calcular 4 soluciones linealmente independientes de valores reales del sistema $x' = Ax$.