

## VIOLACIÓN DE CP

Javier Rubio Peña †



# Prefacio

El presente texto es la versión escrita de un trabajo recopilatorio sobre violación de CP realizado para la última asignatura de mi Licenciatura: la Física de Partículas. Es por este motivo por el que me he esmerado en plasmar en el todos los ingredientes que en mi opinión debe poseer un físico hoy en día: una gran solidez teórica, un juicio crítico y lo que es más importante, los pies en la tierra. El primero de los requisitos es habitual entre la comunidad, el segundo, se encuentra en muchos casos, el tercero brilla por su ausencia entre la comunidad de los teóricos. La física es la matematización de la realidad basada en el experimento y ambos ingredientes deben estar presentes, una teoría sin posibilidad de testación es matemáticas y un experimento sin marco teórico es una forma de parametrizar nuestra ignorancia. Como decía Aristóteles la virtud está en el término medio y es eso lo que he pretendido en este trabajo, encontrar un punto de equilibrio entre teoría y experimento, solo espero haberlo conseguido. Analizaré el papel de las simetrías CP en teorías de campos, para analizar después de manera fenomenológica el sistema que abrió la caja de pandora en lo que a violación de CP se refiere: el sistema de kaones neutros. Será el experimento el que nos llevará a formular el modelo estandar en la forma en la que hoy los conocemos. Analizaré como *entendemos* la violación de CP en el marco de este modelo estandar para terminar hablando del futuro, o quizá debería decir presente, de la violación de CP, tratando de soslayo, tanto aspectos teóricos y conceptuales como el problema de CP fuerte o la asimetría materia-antimateria del Universo, como experimentales, como por ejemplo la determinación experimental de los ángulos involucrados en el triángulo de unitariedad.



# Índice general

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1. Introducción: La simetría CP</b>  | <b>7</b>  |
| 1.1. Lagrangianos y teorías de campos . . . . .                                 | 7         |
| 1.2. Paridad en física clásica . . . . .  | 8         |
| 1.3. La conjugación de carga . . . . .  | 10        |
| 1.4. CP . . . . .   | 12        |
| 1.5. Un breve comentario sobre el teorema CPT . . . . .                         | 12        |
| <b>2. Los mesones neutros K</b>   | <b>15</b> |
| 2.1. Introducción . . . . .   | 15        |
| 2.2. Los mesones neutros $K$ . . . . .  | 15        |
| 2.3. Oscilaciones de extrañeza. . . . .   | 18        |
| 2.4. Regeneración de $K_S^0$ . . . . .  | 20        |
| 2.5. Cálculo de $\Delta m$ . . . . .  | 21        |
| <b>3. Violación de CP</b>   | <b>27</b> |
| 3.1. Formalismo general . . . . .   | 27        |
| 3.2. Análisis independiente del modelo del proceso $K_L \rightarrow 2\pi$ . . . | 31        |
| 3.3. El escenario <i>superdébil</i> . . . . .                                   | 35        |
| <b>4. La violación de CP en el marco del modelo estandar</b>                    | <b>37</b> |
| 4.1. Introducción . . . . .   | 37        |
| 4.2. Interacciones débiles de los quarks y la matriz de mezcla . . .            | 38        |
| 4.3. Requerimientos adicionales para violación de CP . . . . .                  | 40        |
| 4.4. Información experimental de $V_{CKM}$ . . . . .                            | 41        |
| 4.5. Triángulos de Unitariedad . . . . .  | 42        |
| 4.6. Interpretación geométrica de J . . . . .                                   | 43        |
| 4.7. Parametrización de Wolfenstein . . . . .                                   | 44        |
| 4.8. El resto de triángulos en la parametrización de Wolfenstein . .            | 45        |
| 4.9. Hacia la región permitida en el plano $\bar{\rho} - \bar{\eta}$ . . . . .  | 46        |
| 4.10. Por qué creemos en el mecanismo de Kobayashi-Maskawa? . .                 | 47        |
| 4.11. Por qué dudamos del mecanismo de Kobayashi-Maskawa? . . .                 | 48        |

|   |           |
|---|-----------|
| 4.11.1. La asimetría materia-antimateria en el Universo . . . . .                             | 48        |
| 4.11.2. El problema de CP fuerte . . . . .  | 50        |
| <b>5. Violación de CP en mesones B</b>  | <b>51</b> |
| 5.1. Introducción . . . . .   | 51        |
| 5.2. $B^0 - \bar{B}^0$ mixing . . . . .   | 52        |
| 5.3. El cociente $(q/p)_B$ en el sistema de B's . . . . .                                     | 54        |
| 5.4. La diferencia de masas $\Delta m_B$ . . . . .  | 54        |
| 5.5. El elemento de matriz $V_{tb}$ a partir de $\Delta m_B$ . . . . .                        | 56        |
| 5.6. Triángulo de Unitariedad y Asimetrías CP en los decays de<br>mesones neutros B . . . . . | 56        |
| 5.7. El resto de ángulos . . . . .  | 60        |
| 5.8. Presente y futuro de la violación de CP . . . . .  | 61        |
| 5.8.1. Una introducción al experimento BaBar . . . . .  | 61        |
| 5.8.2. Factorías de B $e^+e^-$ y PEP II . . . . .   | 61        |
| 5.8.3. Determinación de $\beta$ . . . . .   | 62        |

# Capítulo 1

## Introducción: La simetría CP

### 1.1. Lagrangianos y teorías de campos

El presente trabajo trata sobre la violación de la simetría CP, por lo que lo primero que debemos abordar es lo que entendemos por CP. En el marco de las teorías de campos locales es usual introducir una densidad Lagrangiana  $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{int}$ , donde  $\mathcal{L}_0$  es el denominado lagrangiano libre que describe una colección de partículas libres, no interactuantes, y  $\mathcal{L}_{int}$  es el lagrangiano de interacción que prescribe como interaccionan dichas partículas las unas con las otras. Como es usual la densidad lagrangiana es función de los campos y sus derivadas en un punto del espacio tiempo caracterizado por  $(\vec{x}, t)$

$$\mathcal{L}(\vec{x}, t) = \mathcal{L}(\phi_j(\vec{x}, t), \partial^\mu \phi_j(\vec{x}, t)). \quad (1.1)$$

La cantidad fundamental que nos va a interesar a la hora de describir las simetrías es la acción,  $S = \int d^4x \mathcal{L}(\vec{x}, t)$ . Si esta acción es invariante bajo una operación simetría dada (o no) diremos que la simetría es una simetría buena (rota).

Definimos las operaciones de simetría C y P para los campos libres tales que un campo y su transformado bajo C o P satisfacen las mismas ecuaciones de movimiento. Porqué definimos las simetrías para los campos libres? Para la parte libre, la respuesta es obvia puesto que está contruida a partir de campos libres. El punto clave es que incluso el lagrangiano de interacción puede escribirse en términos de campos libres. Téngase en mente que los campos que constituyen la densidad lagrangiana pueden o no corresponderse con campos físicos, es decir, con aquellos que caracterizan las partículas, sus masas, sus tiempos de vida . . . En algunos casos, los campos correspondientes a las partículas físicas son combinaciones lineales de los campos que aparecen en el Lagrangiano. Por supuesto, la identidad de un físico, pese a quien le pese

y aunque muchos lo olviden, se basa en los experimentos, y por esta motivo estaremos interesados en estos campos físicos. Debemos por tanto describir la transición de los campos no físicos a los físicos y tener cuidado con lo que consideramos cantidades medibles. Dejémonos de generalidades y pasemos a describir las simetrías que nos interesan. No haremos aquí una descripción detallada de las mismas pues el tema de este trabajo no es el estudio de las simetrías en lagrangianos, pero al menos daremos al lector unas ideas e intuiciones básicas para que pueda seguir el texto sin dificultad

## 1.2. Paridad en física clásica

La paridad o inversión espacial, generalmente llamada P, se caracteriza por invertir las coordenadas espaciales  $\vec{x} \longrightarrow -\vec{x}$ . Esta transformación cambia el sentido a derechas del sistema de ejes. Un sistema diestro se convierte en zurdo bajo la operación de paridad. En el espacio de momentos, la dirección de todos los momentos se invierte y el espín no se ve afectado por la paridad.

A veces la simetría bajo paridad se llama en algunos casos simetría de espejo, ya que la inversión de los ejes de coordenadas se puede obtener mediante la reflexión en un espejo y un giro de 180 grados en torno al eje perpendicular a dicho plano. De las asunciones básicas de homogeneidad e isotropía se sigue que la física es invariante bajo una rotación. Por tanto, el punto clave es si la física es invariante bajo la reflexión en un espejo. En la practica por tanto, la simetría bajo P es equivalente a la simetría bajo la reflexión en un espejo. En cierta manera, es un hecho obvio que izquierda y derecha son distintos en la naturaleza. No representan más que meras convenciones, y no tenemos más que echar un vistazo a nuestro propio cuerpo para darnos cuenta de esto o a la mayoría de las moléculas orgánicas que tienen una versión zurda y una diestra, ocurriendo una de las dos versiones mucho más frecuentemente en la biosfera que las otras. No obstante, las asimetrías anteriores deberían considerarse como accidentes de la evolución y no como una asimetría fundamental de la naturaleza.

En teoría de campos los campos libres se transforman de la siguiente manera bajo la operación de paridad

- Campo escalar

$$\phi(\vec{x}, t) \longrightarrow \phi(-\vec{x}, t) \quad (1.2)$$

- Campo pseudoescalar

$$P(\vec{x}, t) \longrightarrow P(-\vec{x}, t) \quad (1.3)$$



- Espinor de Dirac

$$\psi(\vec{x}, t) \longrightarrow \gamma_\sigma \psi(-\vec{x}, t) \quad (1.4)$$

$$\bar{\psi}(\vec{x}, t) \longrightarrow \bar{\psi}(-\vec{x}, t) \gamma_\sigma \quad (1.5)$$

- Campo vectorial

$$V_\mu(\vec{x}, t) \longrightarrow V^\mu(-\vec{x}, t) \quad (1.6)$$

- Campo vectorial axial

$$A_\mu(\vec{x}, t) \longrightarrow -A^\mu(-\vec{x}, t) \quad (1.7)$$

Debemos mencionar también que las ecuaciones que definen la operación de paridad pueden ser más generales que las dadas arriba. Para campos complejos se deben incluir fases arbitrarias en la definición de los campos transformados. Tales fase jugarán un papel muy importante más adelante. Intentemos entender este punto pues es básico. Lo primero que nos damos cuenta es que la paridad de un campo libre carece de significado pues no es observable. Es la interacción entre campos la que fija las paridades relativas de los diversos campos, supuesto que P es una buena simetría. Si la paridad no es una buena simetría no hay manera de elegir las fases de manera que  $\mathcal{L}(\vec{x}, t) \longrightarrow \mathcal{L}(-\vec{x}, t)$ . Ilustremos esto con un ejemplo sencillo. Consideremos una partícula de espín semientero que interactúa con un objeto real de espín cero. Podemos llamarlos nucleón y mesón respectivamente y tomar la densidad lagrangiana como

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi + \frac{1}{2}\partial^\mu\phi\partial_\mu\phi - V + \bar{\psi}(a + ib\gamma_5)\psi\phi \quad (1.8)$$

donde  $V$  es un potencial que depende de  $\phi^2$  y es tal que nuestro mesón tiene una masa bien definida. El último término de la ecuación anterior describe la interacción entre el nucleón y el mesón. Estas interacciones son escalares (con constante de acoplo  $a$ ) y pseudoescalares (con constante de acoplo  $b$ ). Estas constantes son real para garantizar que  $\mathcal{L}$  sea hermítico. La hermiticidad del lagrangiano es necesaria para tener un operador de transición unitario (la matriz  $S$ ). Bajo paridad

- Densidad escalar

$$\bar{\psi}(\vec{x}, t)\psi(\vec{x}, t) \longrightarrow \bar{\psi}(-\vec{x}, t)\psi(-\vec{x}, t) \quad (1.9)$$

- Densidad pseudoescalar

$$\bar{\psi}(\vec{x}, t)\gamma_5\psi(\vec{x}, t) \longrightarrow -\bar{\psi}(-\vec{x}, t)\gamma_5\psi(-\vec{x}, t) \quad (1.10)$$

relaciones que no cambian si redefinimos  $\psi^P = \exp(i\eta)\psi(-\vec{x}, t)$  siendo  $\eta$  un número real. Por tanto, vemos que las dos piezas, escalar y pseudoescalar, en el último término requieren respectivamente  $\phi(\vec{x}, t) \rightarrow \phi(-\vec{x}, t)$  y  $\phi(\vec{x}, t) \rightarrow -\phi(-\vec{x}, t)$  para obtener invarianza bajo paridad, es decir,  $\mathcal{L}(\vec{x}, t) \rightarrow \mathcal{L}(-\vec{x}, t)$ . Estos dos requerimientos son incompatibles si la paridad se viola, en el modelo considerado. A continuación mostramos las propiedades de transformación de los bilineales. Estos bilineales son objetos fundamentales en física y aparecen frecuentemente, quarks y leptones se describen por espinores debido a su invarianza Lorentz de los mismos en las formas bilineales.

- Escalar

$$\bar{\psi}_1\psi_2 \longrightarrow \bar{\psi}_1\psi_2 \quad (1.11)$$

- Pseudoescalar

$$\bar{\psi}_1\gamma_5\psi_2 \longrightarrow -\bar{\psi}_1\gamma_5\psi_2 \quad (1.12)$$

- Vector

$$\bar{\psi}_1\gamma_\mu\psi_2 \longrightarrow -\bar{\psi}_1\gamma^\mu\psi_2 \quad (1.13)$$

- Axialvector

$$\bar{\psi}_1\gamma_\mu\gamma_5\psi_2 \longrightarrow -\bar{\psi}_1\gamma^\mu\gamma_5\psi_2 \quad (1.14)$$

- Tensor

$$\bar{\psi}_1\sigma_{\mu\nu}\psi_2 \longrightarrow -\bar{\psi}_1\sigma^{\mu\nu}\psi_2 \quad (1.15)$$

donde  $\psi_1$  y  $\psi_2$  son dos campos de Dirac no necesariamente iguales. Nótese que bajo paridad las coordenadas espaciales de todos los campos se invierten. A pesar de no conservarse universalmente, la paridad es fundamental en física, ya que es conservada en las interacciones electromagnéticas y fuertes.

### 1.3. La conjugación de carga

A diferencia de P la conjugación de carga no tiene un análogo en mecánica clásica. Esta simetría está relacionada con la existencia de una antipartícula para cada partícula. En teoría de campos relativista podemos asignar partículas con carga positiva y negativa a cada campo  $\phi$ . Es más, hay una transformación C que cambia  $\phi$  en  $\phi^\dagger$ , que tiene cargas  $U(1)$  opuestas, entendiéndose por carga todo tipo y no sólo la eléctrica, por ejemplo el número leptónico y bariónico, extrañeza, tercera componente de isospin etc. . . . El campo transformado obedece las mismas ecuaciones de movimiento que el

original. La idea fundamental detrás de la simetría C es que lo que nosotros llamamos partícula o antipartícula no es más que mera convención.

A nivel de campos libres, la operación de conjugación de carga es bastante sencilla de entender. Un campo libre tiene una descomposición en serie de Fourier en términos de los operadores creación (y destrucción) asociados a partículas y antipartículas  $a(a^+)$  y  $b(b^+)$ . Bajo conjugación de carga los operadores  $a$  y  $b$  se intercambian. La conjugación de carga cambia los signos de las cargas internas. Sin embargo, debemos tener en cuenta que C no es una buena simetría en la naturaleza.

Veamos cual es la acción de C en los campos libres y examinemos sus consecuencias en los trozos del lagrangiano de interacción. Bajo C los campos libres cambian como:

- Campo escalar

$$\phi(\vec{x}) \longrightarrow \phi(\vec{x})^+ \quad (1.16)$$

- Espinor de Dirac

$$\psi(\vec{x}, t) \longrightarrow C\bar{\psi}^T(\vec{x}, t) \quad (1.17)$$

$$\bar{\psi}(\vec{x}, t) \longrightarrow -\bar{\psi}^T(\vec{x}, t)C^{-1} \quad (1.18)$$

- Campo vectorial

$$V_\mu(\vec{x}, t) \longrightarrow -V_\mu^+(\vec{x}, t) \quad (1.19)$$

- Campo vectorial axial

$$A_\mu(\vec{x}, t) \longrightarrow A_\mu^+(-\vec{x}, t) \quad (1.20)$$

donde C es una matriz unitaria  $4 \times 4$  que satisface la condición  $C^{-1}\gamma_\mu C = -\gamma_\mu^T$ , donde T significa transpuesta. La matriz C toma generalmente la forma  $C = i\gamma^2\gamma^0$ . De nuevo al igual que hicimos con paridad podemos incluir fases arbitrarias en las definiciones anteriores. Discutiremos estas modificaciones si fuera necesario. Veamos por último las propiedades de transformación de los bilineares bajo C

- Escalar

$$\bar{\psi}_1\psi_2 \longrightarrow \bar{\psi}_2\psi_1 \quad (1.21)$$

- Pseudoescalar

$$\bar{\psi}_1\gamma_5\psi_2 \longrightarrow -\bar{\psi}_2\gamma_5\psi_1 \quad (1.22)$$

- Vector

$$\bar{\psi}_1\gamma_\mu\psi_2 \longrightarrow -\bar{\psi}_2\gamma^\mu\psi_1 \quad (1.23)$$

- Axialvector

$$\bar{\psi}_1 \gamma_\mu \gamma_5 \psi_2 \longrightarrow \bar{\psi}_2 \gamma^\mu \gamma_5 \psi_1 \quad (1.24)$$

- Tensor

$$\bar{\psi}_1 \sigma_{\mu\nu} \psi_2 \longrightarrow -\bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 \quad (1.25)$$

## 1.4. CP

Por último apliquemos las operaciones C y P en secuencia y obtengamos la transformación de los bilineares bajo CP

- Escalar

$$\bar{\psi}_1 \psi_2 \longrightarrow \bar{\psi}_2 \psi_1 \quad (1.26)$$

- Pseudoescalar

$$\bar{\psi}_1 \gamma_5 \psi_2 \longrightarrow -\bar{\psi}_2 \gamma_5 \psi_1 \quad (1.27)$$

- Vector

$$\bar{\psi}_1 \gamma_\mu \psi_2 \longrightarrow -\bar{\psi}_2 \gamma^\mu \psi_1 \quad (1.28)$$

- Axialvector

$$\bar{\psi}_1 \gamma_\mu \gamma_5 \psi_2 \longrightarrow -\bar{\psi}_2 \gamma^\mu \gamma_5 \psi_1 \quad (1.29)$$

- Tensor

$$\bar{\psi}_1 \sigma_{\mu\nu} \psi_2 \longrightarrow -\bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 \quad (1.30)$$

## 1.5. Un breve comentario sobre el teorema CPT

Una propiedad muy importante de las teorías de campo locales invariantes Lorentz es que deben ser invariantes bajo la operación de simetría combinada CPT, tomada en cualquier orden. Por tanto, la invarianza bajo CP implica la invarianza bajo T en esas teorías. Veamos como se transforman los bilineares bajo CPT

- Escalar

$$\bar{\psi}_1 \psi_2 \longrightarrow \bar{\psi}_2 \psi_1 \quad (1.31)$$

- Pseudoescalar

$$\bar{\psi}_1 \gamma_5 \psi_2 \longrightarrow \bar{\psi}_2 \gamma_5 \psi_1 \quad (1.32)$$

- Vector

$$\bar{\psi}_1 \gamma_\mu \psi_2 \longrightarrow -\bar{\psi}_2 \gamma^\mu \psi_1 \quad (1.33)$$

- Axialvector

$$\bar{\psi}_1 \gamma_\mu \gamma_5 \psi_2 \longrightarrow -\bar{\psi}_2 \gamma^\mu \gamma_5 \psi_1 \quad (1.34)$$

- Tensor

$$\bar{\psi}_1 \sigma_{\mu\nu} \psi_2 \longrightarrow \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 \quad (1.35)$$

Es fácil de entender, al menos intuitivamente, porqué una teoría de campos local, invariante Lorentz y con un Lagrangiano hermítico debe ser invariante bajo CPT. La clave es que el lagrangiano tiene que ser escalar o pseudoescalar, bajo transformaciones Lorentz. Este requisito no es muy exigente, en el sentido de que dada una teoría de campos es posible escribir un número infinito de términos que sean invariantes Lorentz. Si un término, digamos  $\mathcal{L}_\infty$  incluye escalares y pseudoescalares entonces  $\mathcal{L}_1(\vec{x}, t) \longrightarrow \mathcal{L}_1^+(-\vec{x}, -t)$ . Puesto que el lagrangiano tiene que ser hermítico debemos tener un término  $\mathcal{L}_1^+$  en el lagrangiano y CPT es respetada por la suma  $\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_1^+$ . Supongamos ahora que tenemos un término  $\mathcal{L}_2$ , en el cual haya un término vectorial  $V_\mu$ . Debido a la invarianza Lorentz este índice vectorial debe contraerse con otro. Tal índice podría venir de otro vector o vector axial. Puesto que  $V$  y  $A$  se transforman de la misma manera, de nuevo CPT es una buena simetría. El índice  $\mu$  podría pertenecer también a un tensor de dos o más índices. De nuevo, es fácil convencerse a si mismo de que CPT es una buena simetría.

La consecuencia más básica de la simetría CPT es la igualdad de masas de una partícula y su antipartícula. Los tiempos de vida de una partícula y su antipartícula deberían ser iguales, lo cual no es sorprendente, porque las anchura de decaimiento son equivalentes a la parte imaginaria de las masas. Otra consecuencia de CPT es que las cargas electricas de una partícula y su antipartícula deberían ser exactamente simétricos. De igual manera, el momento magnético  $\mu$  de una partícula y su antipartícula deberían ser opuestos; para los leptones, que son partículas de tipo puntual, es usual establecer esto en términos de los cocientes giromagnéticos, denotados por la letra  $g$ .

En todo caso, el mejor test de la simetría CPT viene del sistema de kaones neutros que estudiaremos posteriormente.



# Capítulo 2

## Los mesones neutros $K$

### 2.1. Introducción

Los mesones neutros  $K^0$  y  $\bar{K}^0$  son dos de los ocho miembros del octete de mesones ligeros de espín cero con paridad negativa, y que también incluye los mesones cargados  $K^\pm$ , los piones  $\pi^\pm$  y  $\pi^0$ , y el  $\eta$ . Los kaones son partículas extrañas, siendo la extrañeza del  $K^0$  y del  $K^+$   $+1$ , mientras que la del  $\bar{K}^0$  y  $K^-$  es  $-1$ .

El sistema de kaones neutros constituye el primer sistema en el que se observó la violación de CP. De hecho, sus mezclas hacen de ellos un excelente laboratorio para investigar los procesos muy débiles, como la violación de CP y la violación de CPT. La medida de la ligera diferencia de masa entre los modos de vida larga y los de vida corta de los kaones neutros es una de las más precisas en física de partículas.

Discutiremos en este capítulo las propiedades específicas de la mezcla de kaones neutros y los decaimientos asumiendo invarianza CPT.

### 2.2. Los mesones neutros $K$

Los mesones neutros  $K$  parecen haber sido seleccionados por la naturaleza para mostrar al ser humano la realidad de los fenómenos físicos a través de unos simples procesos. Sus masas de tamaños medios y su capacidad de interactuar tanto débil como fuertemente, los convierten en elementos esenciales a la hora de entender el mundo cuántico, y como L. B. Okun dijo alguna vez, caso de que no existieran los hubiéramos inventado para ilustrar los principios fundamentales de la física cuántica.

Desde el punto de vista de Dirac, sabemos que a cada partícula le corresponde su antipartícula, teniendo ambas la misma masa, spin y tiempos de

vida, pero con sus cargas (de todo tipo) iguales en magnitud pero opuestas en signo. Entre las partículas eléctricamente neutras, el neutrón es distinto del antineutrón, pero ciertas partículas como el fotón, el pión  $\pi^0$  o el  $\eta$  son idénticas a sus respectivas antipartículas. En cambio, los mesones neutros  $K$  tienen peculiarmente identidades mixtas.

Los mesones pseudoescalares  $K^+, K^0$  y sus conjugados  $K^-$  y  $\bar{K}^0$  son estados ligados, compuesto principalmente de quarks  $u, d$  y  $s$ . Los mesones  $\bar{K}^0$  y  $K^0$  son bastante diferentes en presencia de las interacciones fuertes, las cuales conservan la extrañeza. Consideremos por ejemplo el proceso de producción fuerte  $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda$ . El estado inicial tiene extrañeza cero, por tanto puesto que  $\Lambda = sdu$  tiene extrañeza  $S = -1$ , lo que se produce en el estado final es un  $K^0$  con extrañeza  $S = +1$ , y no un  $\bar{K}^0$ .

Por otro lado, puesto que el número bariónico es conservado en la interacción fuerte y puesto que el estado inicial (el protón) tiene número bariónico  $N_B = 1$ , el estado final no puede ser  $\bar{K}^0 + \bar{\Lambda}$ . a pesar de su correcta extrañeza. Por tanto, desde el punto de vista de la interacción fuerte  $K^0$  es distinto de  $\bar{K}^0$  como el neutrón lo es del antineutrón.

La diferencia entre estos dos pares,  $K^0 - \bar{K}^0$  y  $n - \bar{n}$  aparece en presencia de las interacciones débiles. Hasta donde sabemos, el número bariónico se conserva en todas las situaciones ( la vida media del protón es mayor que  $10^{39}$  segundos), pero no así la extrañeza, cuya conservación se rompe en los procesos débiles. La conservación del número bariónico prohíbe transiciones entre el neutrón y el antineutrón porque no existen estados intermedios comunes que conecten ambos estados. Por otro lado, tanto el  $\bar{K}^0$  como el  $K^0$  pueden decaer en piones en transiciones débiles que violen la conservación de la extrañeza. Por tanto, la transmutación de  $\bar{K}^0$  en  $K^0$  o viceversa, puede tener lugar a través de estados intermedios de piones, esto es

$$K^0 \rightarrow (2\pi 3\pi) \rightarrow \bar{K}^0. \quad (2.1)$$

A nivel de quarks, la transición  $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$  viene dada por la aniquilación, a través de la interacción débil, de los quarks  $\bar{s}$  y  $d$  del  $K^0$  es un par  $W^+W^-$  o en un par quark-antiquark en todas las posibles combinaciones de los quarks  $u, c, t$ . Estos pares  $W^+W^-$  y quark-antiquark se transforman posteriormente por la misma interacción en dos quark  $s$  y  $\bar{d}$  donde un  $\bar{K}^0$  en el estado final. Puesto que este tipo de transiciones cambian la extrañeza en dos unidades ( $|\Delta S| = 2$ ), deben tener lugar a través de la interacción débil.

Como se entiende implícitamente de la discusión anterior,  $K^0$  y  $\bar{K}^0$  son respectivamente autoestados de extrañeza con autovalores  $S = +1$  y  $S = -1$ , en ausencia de interacciones débiles. Puesto que  $S$  no se conserva en las interacciones débiles es necesario encontrar otro buen número cuántico pra



clasificar los mesones neutros  $K$ , allá donde la interacción débil esté presente. La operación combinada de conjugación de carga y paridad  $\mathcal{CP}$  resulta ser un candidato perfecto para desempeñar este papel, donde la palabra casi se debe a que la simetría se viola sólo ligeramente (por un factor  $10^{-3}$ ) mientras que la paridad y la conjugación de carga se violan por separado de manera máxima en las interacciones débiles. Pero dejemos por el momento el tema de su violación, y asumamos que  $CP$  es una buena simetría incluso en presencia de la interacción débil. Puesto que los mesones  $K$  son pseudoescalares,  $\mathcal{P}|\bar{K}^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle$  y  $\mathcal{P}|K^0\rangle = -|K^0\rangle$ , y como  $\bar{K}^0$  y  $K^0$  son conjugados en carga el uno del otro,  $\mathcal{C}|K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle$ , mediante una elección de fase adecuada podemos escribir

$$\mathcal{CP}|K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \quad \mathcal{CP}|\bar{K}^0\rangle = -|K^0\rangle. \quad (2.2)$$

De este se sigue que las combinaciones

$$|K_1^0\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) \quad |K_2^0\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle), \quad (2.3)$$

son autoestados de  $\mathcal{CP}$

$$\mathcal{CP}|K_1^0\rangle = +|K_1^0\rangle \quad , \quad \mathcal{CP}|K_2^0\rangle = -|K_2^0\rangle. \quad (2.4)$$

Para determinar sus modos de decaimiento en piones basta con encontrar las correspondientes paridades  $\mathcal{CP}$  de los estados múltiplo. Resulta que el estado con dos piones neutro ( $\pi^0 + \pi^0$  y  $\pi^+ + \pi^-$ ) son pares  $\mathcal{CP}$ , mientras que los estados en tres piones ( $\pi^0 + \pi^0 + \pi^0$  y  $\pi^0 + \pi^+ + \pi^-$ ) son impares  $\mathcal{CP}$ . Puesto que asumimos que  $\mathcal{CP}$  es conservada, los únicos modos de decaimiento permitidos son

$$K_1^0 \longrightarrow 2\pi \quad , \quad K_2^0 \longrightarrow 3\pi. \quad (2.5)$$

Merece la pena hacer notar que estos son los únicos canales hadrónicos abiertos a los mesones neutros  $K$ , dado el peculiar valor de su masa, ligeramente superior a la masa de tres piones. Esto implica además que la cinemática favorece el decaimiento en dos piones sobre el modo en tres piones debido a la energía disponible para la reacción es mayor en el primero de los casos. Por tanto, la anchura de decaimiento de  $K_1^0$  es mayor que la de  $K_2^0$ , o equivalentemente, el tiempo de vida de este último es mayor.

Este resultado lo anticiparon Gell-Mann y Pais y fue posteriormente confirmado por el experimento. Se observó que los mesones neutros  $K$  decaían en dos canales hadrónicos diferentes en dos escalas temporales distintas. El primer tipo discurre por canales de dos piones, con tiempos de vida  $\tau_S = 8,92 \times 10^{-11}s$ , y es llamado  $K_S$ . El segundo tipo, llamado  $K_L$ , que puede decaer en tres piones con un tiempo de vida  $\tau_L = 5,17 \times 10^{-8}$ . Si

asumimos que  $\mathcal{CP}$  es una buena simetría podemos identificar  $K_S$  con  $K_1^0$  y  $K_L$  con  $K_2^0$ .

Esta propiedad doble, degeneración en masas y distintos tiempos de vida, es única de los mesones neutros  $K$ .

### 2.3. Oscilaciones de extrañeza.

Consideremos la evolución temporal de la amplitud de los estados  $K_S$  y  $K_L$ . En general, tendrán la forma

$$a(t) = a(0) \exp \left[ -i \left( E - \frac{i}{2} \Gamma \right) t \right], \quad (2.6)$$

donde  $E$  es la energía del estado y  $\Gamma$  es la anchura total de decaimiento. El término  $i\Gamma/2$  es el necesario para obtener la familiar ley de decaimiento exponencial

$$I(t) = a(t)a(t)^* = |a(t)|^2 e^{-\Gamma t}, \quad (2.7)$$

que nos dice que la partícula decae con una tasa dada por  $\Gamma$ . Para una partícula estable no interactuante,  $\Gamma = 0$ , de forma que la amplitud  $a(t)$  viene dada por la forma usual  $\exp(-ipx)$ . En el sistema en reposo la energía de la partícula es igual a su masa  $E = m$  y su tiempo de vida viene dado por  $\tau = \hbar/\Gamma$ .

Por tanto, las amplitudes que describen la evolución temporal de  $K_S$  y  $K_L$  son respectivamente

$$a_S(t) = a_S(0) \exp[-(\Gamma_S/2 + im_S)t] \quad , \quad a_L(t) = a_L(0) \exp[-(\Gamma_L/2 + im_L)t]. \quad (2.8)$$

No existe razón alguna para pensar que las correspondientes masas  $m_S$  y  $m_L$  sean iguales, incluso sabiendo por invarianza  $\mathcal{CPT}$  que las masas de  $\bar{K}^0$  y  $K^0$  deben ser idénticas. Sin embargo, puesto que los modos de decaimiento y los tiempos de vida del  $K_S$  y  $K_L$  están ligados a diferir de los efectos de la interacciones efectivas  $|\Delta S| = 2$  mencionadas anteriormente, es de esperar  $\Delta m \equiv m_L - m_S \neq 0$ . Veámos como se calcula y mide esta diferencia de masa y como esta da lugar al fenómeno de oscilación observado en los haces de mesones neutros  $K$ .

Supongamos que producimos un haz de  $K^0$  a tiempo  $t = 0$ , por ejemplo por el proceso  $\pi^- + p \longrightarrow K^0 + \Lambda$ . Su amplitud escrita en términos de  $K_S = K_1^0$  y  $K_L = K_2^0$  es

$$K^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(K_S + K_L) \quad , \quad a_{K^0}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}[a_S(t) + a_L(t)]. \quad (2.9)$$

La intensidad del haz  $I_0(t)$  para  $K^0$  viene dada por

$$I_0(t) = \frac{1}{2}[a_S(t) + a_L(t)][a_S(t) + a_L(t)]^*, \quad (2.10)$$

de forma que la intensidad normalizada  $N(t) = I(t)/I(0)$  viene dada por

$$N_0(t) = \frac{1}{4}\left[e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} + 2e^{-(\Gamma_S + \Gamma_L)\frac{t}{2}} \cos(\Delta m t)\right]. \quad (2.11)$$

De manera similar la densidad para  $\bar{K}^0$  se escribe

$$N_0(t) = \frac{1}{4}\left[e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} + 2e^{-(\Gamma_S + \Gamma_L)\frac{t}{2}} \cos(\Delta m t)\right]. \quad (2.12)$$

Por tanto, los dos haces oscilan con frecuencia  $\Delta m/2\pi$ . Puesto que  $\Delta m\tau_S = 0,47$ , las oscilaciones serán claramente visibles a tiempos del orden de unos pocos  $\tau_S$ , antes de que todos los  $K_S$  hayan desaparecido, dejando de esta forma sólo los  $K_L$  presentes en el haz. Como  $c\tau_S = 2,67$  cm y  $c\tau_L = 1551$  cm, los  $K_L$  sobrevivirán mucho después de que todos los  $K_S$  hayan desaparecido. En un haz constituido por completo por  $K^0$  en un tiempo  $t = 0$ , aparecerán lejos de la fuente de producción mesones  $\bar{K}^0$  a través de su presencia en  $K_L$  con igual probabilidad que  $K_0$ . De manera similar, un haz inicialmente puro de  $\bar{K}^0$  se verá contaminado por  $K^0$ .

Las oscilaciones se pueden detectar observando los modos de decaimiento  $K_{l3}$ . De hecho, del contenido en quarks del  $K^0(\bar{s}d)$  y del  $\bar{K}^0(sd)$ , se sigue que  $\bar{s} \rightarrow \bar{u} + l^+ + \nu_l$ , o  $s \rightarrow u + l^- + \bar{\nu}_l$ , y por tanto los decaimientos vienen gobernados por la regla  $\Delta S = \Delta Q$ :

$$K^0 \rightarrow \pi^- + l^+ + \nu_l, \quad \bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ + l^- + \bar{\nu}_l. \quad (2.13)$$

A partir de esta regla podemos identificar  $K^0$  por su producto de decaimiento  $e^+$  y  $\bar{K}^0$  por  $e^-$ . Midiendo el número de electrones y positrones emitidos podemos estimar la asimetría en carga

$$\delta(t) \equiv \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} = \frac{N_0(t) - N_{\bar{0}}(t)}{N_0(t) + N_{\bar{0}}(t)} \quad (2.14)$$

cuya evolución temporal viene dada por

$$\delta(t) \sim 2^{-(\Gamma_S + \Gamma_L)\frac{t}{2}} \cos(\Delta m t). \quad (2.15)$$

Esta asimetría es una oscilación temporal, de la cual se puede inferir la magnitud de la diferencia de masas. Los experimentos revelan una diferencia de masas  $|\Delta m| \simeq 5,30 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$  (el signo de  $\Delta m$  se considerará en la sección siguiente).

## 2.4. Regeneración de $K_S^0$

Consideremos de nuevo un haz de  $K_0$  producido a tiempo  $t = 0$ , y supongamos que, tiempo después de que todas las componentes  $K_S$  del haz hayan desaparecido sólo nos quedan  $K_L$ . Intercalemos un bloque de materia que a todos nuestros propósitos podemos suponer formado de protones y neutrones. Pais y Piccioni sugirieron allá por 1955 que, como las componentes  $K_0$  como la  $\bar{K}^0$  presentes en dicho  $K_L$  interactúan de manera muy distinta con la materia, los  $K_S$  deberían volver a reaparecer en el haz. Esto puede entenderse examinando las interacciones hadrónicas de  $K^0$  y  $\bar{K}^0$  con el protón y con el neutrón. Mientras que no existen diferencias en los scattering elásticos, solamente  $\bar{K}^0$  puede ser absorbido por la materia a través de  $\bar{K}^0 + p \rightarrow \Lambda + \pi^+$  o bien  $\bar{K}^0 + n \rightarrow \Lambda + \pi^0$ . Los procesos similares para  $K^0$  están prohibidos por conservación de extrañeza. Esta diferencia en las propiedades de absorción de los mesones K es esencial para entender la regeneración de los  $K_S$  en su paso por la materia. Si llamamos  $f$  y  $\bar{f}$  a las amplitudes de scattering de  $K^0$  y  $\bar{K}^0$  por los núcleos atómicos, entonces, como hemos visto,  $f \neq \bar{f}$ .

La función de onda que penetra en el bloque es la de  $K_L$

$$\psi_i = \psi_{K_L} = \frac{K^0 + \bar{K}^0}{\sqrt{2}}. \quad (2.16)$$

Las interacciones de los mesones con la materia producirán un cambio en la función de onda, de forma que a la salida tendremos

$$\psi_f = \frac{1}{\sqrt{2}}(fK^0 + \bar{f}\bar{K}^0) = \frac{1}{2}[(f + \bar{f})K_L + (f - \bar{f})K_S]. \quad (2.17)$$

En otros términos, la amplitud de  $K_L$  se convierte en  $K_L + rK_S$ , donde

$$r = \frac{f - \bar{f}}{f + \bar{f}} \quad (2.18)$$

parametriza el proceso de regeneración, factor que depende esencialmente de la muestra de materia que atraviesa el haz. Puesto que  $r \neq 0$ , debe existir regeneración, y el fenómeno se ha observado.

La regeneración de los  $K_S$  puede utilizarse para medir la diferencia de masa  $\Delta m$ , una cantidad que es de importancia capital en el estudio de los mesones neutros. Para hacer esto, coloquemos en el camino del haz dos bloques de material separados una distancia  $d$  que podemos variar con libertad. Al atravesar los  $K_L$  y los  $K_S$  regenerados el segundo bloque, sus oscilaciones interfieren de manera distinta que en el vacío y que depende de  $d$ . Variando

$d$ , podemos determinar el signo de  $\Delta m$  de esta interferencia. El resultado es un valor  $\Delta m > 0$ , esto es,  $m_L > m_S$ .

Los dos pares  $(K^0, \bar{K}^0)$  y  $(K_L, K_S)$ , que representan respectivamente los estados de extrañeza  $S$  y simetría discreta  $CP$ , son duales desde el punto de vista mecanocuántico. El sistema de kaones neutros  $K^0$  y  $\bar{K}^0$  decae respectivamente en  $\pi^- e^+ \nu_e$  y  $\pi^+ e^- \bar{\nu}_e$ . Estos modos involucran el operador de extrañeza  $\mathcal{S}$ . Por otro lado el sistema de piones neutros  $K_S$  y  $K_L$  decae respectivamente en dos y tres piones, estando mediados los decaimientos por el operador  $\mathcal{CP}$ . Los modos de decaimientos semileptónicos se usan por tanto para seleccionar los autoestados de  $\mathcal{S}$  y  $\mathcal{CP}$  respectivamente.

De alguna forma, los pares  $(K^0, \bar{K}^0)$  y  $(K_L, K_S)$  son similares a los estados  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$  del electrón. Los operadores  $\mathcal{S}$  y  $\mathcal{CP}$  juegan el papel de los campos magnéticos  $H_x$  y  $H_y$  que proyectan dichos espines. De acuerdo con el principio de incertidumbre de Heisenberg y como fue demostrado por el experimento de Stern-Gerlach, sabemos que es imposible cuantizar simultáneamente las componentes  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$  del espín del electrón puesto que no conmutan. De manera similar, los dos pares  $(K^0, \bar{K}^0)$  y  $(K_L, K_S)$  no se pueden determinar simultáneamente, puesto que los operadores  $\mathcal{S}$  y  $\mathcal{CP}$  no conmutan en la interacción débil. Vemos por tanto un ejemplo magnífico de dos conceptos familiares en mecánica cuántica, superposición de estados y cuantización.

## 2.5. Cálculo de $\Delta m$

Los tres fenómenos discutidos dependen de la diferencia de masas entre  $K_L$  y  $K_S$ . Sería interesante por tanto ver como se ve  $\Delta m$  dentro del modelo estandar. Escribamos  $m_L$  y  $m_S$  como la parte real del valor de expectación de un cierto operador hamiltoniano  $H = H^{(0)} - H^{(2)}$ , la parte imaginaria estará relacionada con la anchuras de decaimiento<sup>1</sup>:

$$m_L \equiv \text{Re}|\langle K_L | H | K_L \rangle| = \frac{1}{\sqrt{2}}[\langle K^0 + \bar{K}^0 | H | K^0 + \bar{K}^0 \rangle], \quad (2.19)$$

$$m_S \equiv \text{Re}|\langle K_S | H | K_S \rangle| = \frac{1}{\sqrt{2}}[\langle K^0 - \bar{K}^0 | H | K^0 - \bar{K}^0 \rangle], \quad (2.20)$$

de donde se deduce que

$$\delta \equiv m_L - m_S = \text{Re}[\langle K^0 | H^{(2)} | \bar{K}^0 \rangle + \langle \bar{K}^0 | H^{(2)} | K^0 \rangle]. \quad (2.21)$$

Esta relación nos muestra que  $\Delta m$  se relaciona con  $|\Delta S| = 2$ , que causa las transiciones entre  $K^0$  y  $\bar{K}^0$ , representados por los diagramas XXX. Para

<sup>1</sup>Los subíndices 1 y 2 corresponden a las transiciones  $\Delta S = 0$  y  $\Delta S = 2$

ilustrar el cálculo de los elementos de matriz involucrados mantendremos en principio solo las contribuciones del quark u en los estados intermedios y asumiremos que el cuadrimento de los quarks externos se puede condiderar despreciable. Aplicando las reglas de Feynmann para el modelo estandar obtenemos la amplitud de transición

$$\mathcal{M}_\alpha = i \left[ \frac{-ig}{2\sqrt{2}} V_{ud}^* \right]^2 \left[ \frac{-ig}{2\sqrt{2}} V_{us} \right]^2 \int \frac{d^4x}{(2\pi)^4} \bar{u}(s) \gamma_\lambda (1-\gamma_5) \frac{i(k+m_u)}{k^2-m_u^2} \gamma_\rho (1-\gamma_5) v(d) \times \bar{v}(s) \gamma_\alpha (1-\gamma_5) \frac{i(k+m_u)}{k^2-m_u^2} \quad (2.22)$$

El resultado final, deberá ser independiente del gauge particular usado en el cálculo. La expresión anterior puede escribirse

$$\mathcal{M} = \frac{ig^4 (V_{ud}^* V_{us})^2}{16} I_{\mu\nu} T^{\mu\nu} \quad (2.23)$$

donde

$$I_{\mu\nu} = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{k_\mu k_\nu}{(k^2 - M_W^2)^2 (k^2 - m_u^2)^2}, \quad (2.24)$$

y

$$T^{\mu\nu} = [\bar{u}(s) \gamma_\lambda \gamma^\mu \gamma_\rho (1-\gamma_5) v(d)] [\bar{v}(s) \gamma^\rho \gamma^\nu \gamma^\lambda (1-\gamma_5) u(d)]. \quad (2.25)$$

Despreciando  $m_u^2/M_W^2$  la integral se puede calcular facilmente obteniéndose

$$I_{\mu\nu} = -i \frac{g_{\mu\nu}}{64\pi^2 M_W^2}. \quad (2.26)$$

Utilizando la identidad

$$\gamma_\lambda \gamma_\mu \gamma_\rho = g_{\lambda\mu} \gamma_\rho + g_{\mu\rho} \gamma_\lambda - g_{\lambda\rho} \gamma_\mu - i \epsilon_{\lambda\mu\rho\alpha} \gamma_5 \gamma^\alpha, \quad (2.27)$$

obtenemos

$$g_{\mu\nu} T^{\mu\nu} = 4 [\bar{u}(s) \gamma_\lambda (1-\gamma_5) v(d)] [\bar{v}(s) \gamma^\lambda (1-\gamma_5) u(d)] = 4 \Theta^{|\Delta S|=2}, \quad (2.28)$$

donde  $\Theta^{|\Delta S|=2} \equiv [\bar{s} \gamma_\lambda (1-\gamma_5) d] [\bar{s} \gamma^\lambda (1-\gamma_5) d]$ . Los espinores  $u$  y  $v$  se han reemplazado por los correspondientes campos de quarks, de manera que el operador efectivo en el espacio de Hilbert  $H_a^{|\Delta S|=2}$ , puede obtenerse de la amplitud de transición. Es posible calcular el operador efectivo asociado al segundo diagrama obteniéndose el mismo resultado.

Combinando (2.23), (2.26) y (2.28), el operador de interacción efectivo con sólo los quarks u y d como estados intermedios es

$$H^{(2)} 2H_a^{|\Delta S|=2} = \frac{G_F^2}{4\pi^2} (V_{ud}^* V_{us})^2 M_W^2 \Theta^{|\Delta S|=2}, \quad (2.29)$$

donde hemos usado  $g^2/8M_W^2 = G_F/\sqrt{2}$ .

El cálculo de  $\Delta m$  se reduce por tanto al cálculo del elemento de matriz  $\Theta^{|\Delta S|=2}$  entre  $K^0$  y  $K$ . Realizaremos los cálculos en la aproximación de inserción de vacío, que implica mantener el vacío como único estado intermedio. Usando el reordenamiento de Fierz, el operador  $\Theta^{|\Delta S|=2}$  se puede escribir como

$$\bar{s}_a \gamma_\mu (1 - \gamma_5) d_a \bar{s}_b \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d_b = \bar{s}_a \gamma_\mu (1 - \gamma_5) d_b \bar{s}_b \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d_a, \quad (2.30)$$

donde  $a, b = 1, 2, 3$  denotan los colores de los quarks. El signo menos en la transformación de Fierz combinado con las reglas de anticonmutación para los operadores de campo fermiónicos da un signo positivo en (2.30). Si insertamos  $|0\rangle\langle 0|$  entre los dos productos bilineales de todas las formas posibles y definiendo

$$\langle 0|A_{ab}^\mu|K^0\rangle \equiv \langle 0|\bar{s}_b \gamma^\mu \gamma_5 d_a|K^0\rangle = \langle 0|\bar{s}_b \gamma^\mu \gamma_5 u_a|K^+\rangle = i \frac{f_K q^\mu}{\sqrt{2m_K}} \frac{\delta_{ab}}{3}, \quad (2.31)$$

donde la constante de decaimiento para el mesón  $K$ ,  $f_K \sim 160$  MeV, se extrae de la tasa  $K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ , de la misma manera que  $f_\pi \sim 131$  MeV se extrae de  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ . El denominador  $\sqrt{2m_K}$  viene de la normalización al estado de una partícula del mesón  $K$ . En la aproximación de inserción de vacío obtenemos

$$\langle K^0|\Theta^{|\Delta S|=2}|\bar{K}^0\rangle = \frac{2}{3} \frac{f_K^2 m_K^2}{2m_K}. \quad (2.32)$$

El factor  $\frac{2}{3} = \frac{1}{2}(1 + \frac{1}{3})$  viene de reordenar los índices de color usando (2.30) y (2.31).

Si relajamos la aproximación de inserción de vacío, deberemos modificar el resultado, pero los cambios necesarios pueden parametrizarse simplemente por un factor multiplicativo  $B$ , de forma que

$$\langle K^0|\Theta^{|\Delta S|=2}|\bar{K}^0\rangle = \frac{2}{3} \frac{f_K^2 m_K^2}{2m_K} B, \quad (2.33)$$

$B = 1$  corresponde por tanto a la aproximación de inserción de vacío. En una amplia variedad de modelos y en cálculos gauge en la lattice, las estimaciones que se obtienen para  $B$  difieren de 1 en un factor 2. La expresión para  $\Delta m$  es por fin

$$\Delta m = \text{Re} \left[ \frac{G_F^2}{6\pi^2} (V_{ud}^* V_{us})^2 f_K^2 m_K M_W^2 \right] B. \quad (2.34)$$

El valor resultante para  $\Delta m$  excede al valor medido en un factor  $3 \times 10^3$ . Claramente hay algo fundamental mal, no tanto con asumir  $B \sim 1$  como con

despreciar la presencia del resto de quarks, y especialmente del quark c en los estados intermedios. De la unitariedad de la matriz CKM, sabemos que los elementos de matriz relevantes en nuestro cálculo satisfacen la relación

$$V_{ud}^*V_{us} + V_{cd}^*V_{cs} + V_{td}^*V_{ts} = 0. \quad (2.35)$$

Si despreciamos el último término, pues este es del orden  $10^{-4}$ , la relación anterior se escribe

$$V_{ud}^*V_{us} = -V_{cd}^*V_{cs}. \quad (2.36)$$

La ecuación anterior indica que existe una interferencia destructiva entre los quarks u y c en las transiciones que estamos considerando, un efecto que reducirá drásticamente  $\Delta m$  al nivel observado. Es precisamente este efecto de interferencia entre los quarks u y c en los procesos electrodébiles el que subyace al mecanismo de GIM. Teniendo en cuenta (2.36), mantener los quarks u y c como estados intermedios es equivalente a sustituir

$$\left( \frac{1}{k^2 - m_u^2} \right)^2 \quad (2.37)$$

en la ecuación (2.22) por

$$\left( \frac{1}{k^2 - m_u^2} - \frac{1}{k^2 - m_c^2} \right)^2, \quad (2.38)$$

de forma que la expresión para  $I_{\mu\nu}$  se escribe

$$I_{\mu\nu}^{(u,c)} \equiv \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{k_\mu k_\nu (m_c^2 - m_u^2)^2}{(k^2 - m_u^2)^2 (k^2 - m_c^2)^2 (k^2 - M_W^2)^2}. \quad (2.39)$$

Con  $m_u \ll m_c \ll M_W$ ,  $I_{\mu\nu} = \frac{-ig_{\mu\nu}}{64\pi^2} \frac{m_c^2 - m_u^2}{M_W^4}$ , de donde obtenemos finalmente

$$\Delta m = Re \left[ \frac{G_F^2}{6\pi^2} (V_{cd}^*V_{cs})^2 f_K^2 m_K (m_c^2 - m_u^2) \right] B. \quad (2.40)$$

El mecanismo de GIM nos permite reemplazar el  $M_W^2$  en la ecuación (2.34) por  $m_c^2 - m_u^2$  en (2.40), haciendo posible una predicción correcta de  $\Delta m$ , con  $m_c \sim 1,5$  GeV. Históricamente, Gaillard y Lee explotaron este mecanismo para predecir la masa del quark c antes del descubrimiento del  $J/\Psi$  en 1974. Nótese también que si los quarks u y c son degenerados en masa,  $m_u = m_c$ , el efecto de supresión del mecanismo de GIM sería total,  $\Delta m$  se anularía y no habría transiciones entre  $K^0$  y  $\bar{K}^0$ . Esta supresión se puede entender de una manera sencilla en el marco del modelo estandar de la interacción



electrodebil. Si los quarks con  $Q = 2/3$  (u, c, y t), o alternatively los quarks con  $Q = -1/3$  (d, s y b), fueran degenerados en masa, no habría necesidad de un matriz CKM, y no habría mezcla de sabores entre quarks con la misma carga. De manera más precisa, en ese caso, cada quark de tipo up se acoplaría sólo a su compañero de isospin down por las corrientes cargadas, de manera que los acoplos cruzados entre familias serían nulos, i.e.  $V_{us} = V_{cd} = 0$ .

Examinemos por último las contribuciones del quark top a  $\Delta m$ . Una primera estimación mediante (2.40), con parámetros para t en lugar de para c, nos da una masa del quark top del orden de 180 GeV, que grande como es, no puede compensar la pequeñez de los elementos  $V_{td}^* V_{ts}$  para dar una contribución significativa a  $\Delta m$ . La unitariedad exacta de la matriz CKM y un cálculo más depurado y cuidadoso, con  $x_c \equiv m_c^2/M_W^2$  y  $x_t \equiv m_t^2/M_W^2$ , nos da

$$\Delta m = Re\left\{\frac{G_F^2}{6\pi^2} f_K^2 m_K m_c^2 \left[ (V_{cd}^* V_{cs})^2 g(x_c) + (V_{td}^* V_{ts})^2 \frac{x_t}{x_c} g(x_t) + 2(V_{td}^* V_{ts} V_{cd}^* V_{cs}) h(x_c, x_t) \right]\right\} B, \quad (2.41)$$

donde

$$g(x) = \frac{1}{4} + \frac{9}{4(1-x)} - \frac{3}{2(1-x)^2} - \frac{3}{2} \frac{x^2}{(1-x)^3} \log x \quad (2.42)$$

y

$$label37h(x, y) = y \left\{ \frac{\log x}{x-y} \left[ \frac{1}{4} + \frac{3}{2(1-x)} - \frac{3}{4(1-x)^2} \right] + (x \leftrightarrow y) - \frac{3}{4(1-x)(1-y)} \right\}. \quad (2.43)$$



# Capítulo 3

## Violación de CP

### 3.1. Formalismo general

Como sabemos, el teorema CPT implica que la invarianza bajo T en las interacciones fuertes y electromagnéticas es equivalente a la conservación de CP en esas interacciones. El test más sencillo del teorema CPT es la igualdad de masas de una partícula y su antipartícula, y el mejor test se obtiene de la diferencia de masas entre el  $K^0$  y el  $\bar{K}^0$ , la cual puede estar relacionada con  $\Delta m$ :

$$\frac{m_{K^0} - m_{\bar{K}^0}}{m_{K^0}} \approx \frac{\Delta m}{m_{K^0}} \approx 9 \times 10^{-19}. \quad (3.1)$$

Cualquier diferencia contribuirá al parámetro de violación de CP  $\epsilon$  que introduciremos posteriormente.

Después del descubrimiento en el año 1956 de la violación máxima de C y P en las interacciones débiles, los físicos creían todavía que T (o equivalentemente CP) eran sin embargo invariantes en las interacciones débiles, así como en las fuertes y electromagnéticas. Imaginad la sorpresa general cuando en 1964 se descubrió la violación de CP en el decaimiento de los mesones neutros K antes mencionados!

Como vimos en el capítulo anterior los mesones  $K^0$  y  $\bar{K}^0$  son mezclados por la interacción débil. Por tanto, en presencia de esta interacción, los dos estados son inseparables y constituyen una base de un espacio bidimensional. De manera similar los modos  $K_S$  y  $K_L$  constituyen otra base de este mismo espacio. Sea  $\psi(t)$  un estado arbitrario de dicho espacio

$$|\psi(t)\rangle = A(t)|K^0\rangle + B(t)|\bar{K}^0\rangle. \quad (3.2)$$

El Hamiltoniano  $H$  puede separarse en dos partes, una  $H^{(0)}$ , que conserva la extrañeza (interacciones electromagnéticas y fuertes), y la otra,  $H^{(2)}$ , que

viola estrañeza en  $|\Delta S| = 2$ . Su suma  $H = H^{(0)} + H^{(2)}$  debería ser no hermítica y por tanto puede ser descompuesta en una parte hermítica y una antihermítica, responsables respectivamente de la masa y la anchura de la desintegración de partículas inestables

$$\langle j|H|k\rangle = M_{jk} - \frac{i}{2}\Gamma_{jk}. \quad (3.3)$$

La invarianza CPT implica que  $M_{11} = M_{22} \equiv M_0$ , con  $M_0 = m_{K^0} = m_{\bar{K}^0}$ , y  $\Gamma_{11} = \Gamma_{22} \equiv \Gamma_0$ , con  $\Gamma_0$  identificada con la anchura total de decaimiento del  $K^0$  y  $\bar{K}^0$ . Puesto que por construcción, tanto  $M$  como  $\Gamma$  son hermíticos,  $M_0$  y  $\Gamma_0$  son números reales y  $M_{21} = M_{12}^*$ ,  $\Gamma_{21} = \Gamma_{12}^*$ .

Si  $H^{(2)}$  es invariante bajo inversión temporal  $T$ , o equivalentemente bajo  $CP$ , tenemos  $M_{21} = M_{12}$  y  $\Gamma_{21} = \Gamma_{12}$ , de lo cual,  $M_{12}^* = M_{12}$  y  $\Gamma_{12}^* = \Gamma_{12}$ , es decir, estos elementos de matriz son reales. Por otro lado, si  $T$  (o  $CP$ ) no es una simetría de  $H^{(2)}$ , podemos tener  $M_{21} \neq M_{12}$  o  $\Gamma_{21} \neq \Gamma_{12}$ , o ambas. Esto implica que o  $M_{12}$  o  $\Gamma_{12}$ , o ambos, pueden ser complejos.

Procedemos ahora a determinar los autoestados físicos  $K_L$  y  $K_S$  con masas  $m_L$  y  $m_S$  y anchuras totales  $\Gamma_L$  y  $\Gamma_S$ . Diagonalizando  $\langle j|H|k\rangle$  tenemos

$$K_L = \frac{1}{\sqrt{1+|\bar{\epsilon}|^2}} \left( \frac{K^0 + \bar{K}^0}{\sqrt{2}} + \bar{\epsilon} \frac{K^0 - \bar{K}^0}{\sqrt{2}} \right) \equiv \frac{K_2^0 + \bar{\epsilon} K_1^0}{\sqrt{1+|\bar{\epsilon}|^2}}, \quad (3.4)$$

$$K_S = \frac{1}{\sqrt{1+|\bar{\epsilon}|^2}} \left( \frac{K^0 - \bar{K}^0}{\sqrt{2}} + \bar{\epsilon} \frac{K^0 + \bar{K}^0}{\sqrt{2}} \right) \equiv \frac{K_1^0 + \bar{\epsilon} K_2^0}{\sqrt{1+|\bar{\epsilon}|^2}}, \quad (3.5)$$

donde hemos reexpresado  $K_L$  y  $K_S$  en función de los estados de CP par e impar definidos anteriormente. El parámetro  $\bar{\epsilon}$  viene dado por

$$\bar{\epsilon} = \frac{\sqrt{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}} - \sqrt{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}}{\sqrt{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}} + \sqrt{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}} \equiv \frac{p - q}{p + q}. \quad (3.6)$$

Si  $CP$  es una simetría conservada, las cantidades  $M_{12}$  y  $\Gamma_{12}$  son reales, tal y como ya comentamos, y por tanto  $\bar{\epsilon}$  se anula. Entonces,  $K_S = K_1^0$  y  $K_L = K_2^0$ , y no hay mezcla entre  $K_1^0$  y  $K_2^0$ . Esta mezcla sólo ocurrirá si  $CP$  es una simetría rota. En general, los autovalores de  $M_{\frac{i\Gamma}{2}}$  correspondientes a los autoestados (3.5) son

$$M_L - \frac{i}{2}\Gamma_L = M_0 - \frac{i}{2}\Gamma_0 + \sqrt{\left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right) \left(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)}, \quad (3.7)$$

$$M_S - \frac{i}{2}\Gamma_S = M_0 - \frac{i}{2}\Gamma_0 - \sqrt{\left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right) \left(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)}, \quad (3.8)$$

de donde

$$(m_L - m_S) + \frac{i}{2}(\Gamma_S - \Gamma_L) = 2\sqrt{\left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right)\left(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)} \equiv 2pq. \quad (3.9)$$

Si  $CP$  es conservada, el resultado anterior se convierte en

$$\Delta m \equiv (m_L - m_S) = 2M_{12} \quad , \quad \Delta\gamma \equiv (\Gamma_S - \Gamma_L) = -2\Gamma_{12}. \quad (3.10)$$

Volvamos ahora a la violación de  $CP$  en los mesones neutros  $K$ . En el año 1964, Christensen, Cronin, Fitch y Turlay observaron que  $K_L$  no decaía sólo vía el modo a tres piones,  $K_L \rightarrow 3\pi$ , que era natural dada su paridad  $CP$ , sino que también lo hacía vía el modo a dos piones,  $K_L \rightarrow 2\pi$ , lo cual era totalmente inesperado. Para estar seguros de que los eventos observados eran producidos por los  $K_L$  y no por los estados  $K_S$  regenerados, rodearon el haz de  $K_L$  con una gran cantidad de helio, para eliminar cualquier posible regeneración de los  $K_S$ .

Puesto que la misma partícula puede decaer a través de dos canales de paridades opuestas, es claro que la simetría  $CP$  se viola en los modos de decaimiento piónicos de  $K_L$ . Este experimento es comparable en naturaleza y significado a otro resultado obtenido 8 años antes, cuando se descubrió que otro mesón  $K$ , el mesón cargado  $K^+$ , podía decaer también a través de dos canales,  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$  y  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-$  (o  $\pi^+\pi^0\pi^0$ ). Ahora, un estado de dos piones en onda s tiene paridad par, mientras que un estado de tres piones con momento angular cero tiene paridad impar. Por tanto, la paridad debe ser una simetría rota en estos modos del  $K^+$ . Por supuesto, el descubrimiento de la violación de paridad fue uno de los descubrimientos más importantes de la física moderna.

Nótese sin embargo, que mientras que la paridad es maximamente violada en los procesos débiles (por ejemplo, en  $K^+$  yendo a dos y tres piones, las razones de desintegración son comparables en magnitud después de las pertinentes correcciones de espacio de fases), la simetría  $CP$  se viola sólo ligeramente (los modos  $K_L$  yendo a tres piones dominan claramente sobre los modos a dos piones).

La violación de  $CP$  se manifiesta a través de la no anulación de la cantidad  $\bar{\epsilon}$  que puede estimarse de las razones de decaimiento

$$\rho = \frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-)}{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^+\pi^-)} = \frac{Br(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-)}{Br(K_S \rightarrow \pi^+\pi^-) \left(\frac{\tau_S}{\tau_L}\right)} \approx 5,1 \times 10^{-6}, \quad (3.11)$$

que nos da  $|\bar{\epsilon}| \approx \sqrt{\rho} = 2,25 \times 10^{-3}$ . Para obtener la fase compleja de  $\overline{\epsilon}$  utilizamos la ecuación (3.6), que toma la forma

$$\bar{\epsilon} = \frac{p - q}{p + q} = \frac{p^2 - q^2}{4pq + (p - q)^2} \approx \frac{p^2 - q^2}{4pq}, \quad (3.12)$$

donde la magnitud de  $|\bar{\epsilon}| \approx 10^{-3}$  justifica el desprecio del término cuadrático  $(p - q)^2$ , que da lugar a la aproximación

$$\bar{\epsilon} \approx i \frac{Im(M_{12}) - \frac{i}{2}Im(\Gamma_{12})}{\Delta m + \frac{i}{2}\Delta\gamma}. \quad (3.13)$$

De nuevo, con  $|\bar{\epsilon}| \approx 10^{-3}$ , podemos deducir

$$\frac{Im(M_{12})}{Re(M_{12})} \ll 1, \quad \frac{Im(\Gamma_{12})}{Re(\Gamma_{12})} \ll 1. \quad (3.14)$$

Por tanto, con muy buena aproximación tenemos

$$\Delta m = 2Re(M_{12}) \quad \Delta\gamma = -2Re(\Gamma_{12}). \quad (3.15)$$

Por otro lado, puesto que el cociente  $\Delta m/\Delta\gamma = 0,477$  se conoce experimentalmente, podemos escribir

$$\frac{i}{\Delta m + \frac{i}{2}\Delta\gamma} \approx \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2}\Delta m}, \quad (3.16)$$

y la expresión aproximada por  $\bar{\epsilon}$  se convierte en

$$\bar{\epsilon} \approx \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2}\Delta m} \left[ Im(M_{12}) - \frac{i}{2}Im(\Gamma_{12}) \right]. \quad (3.17)$$

Para determinar la fase de  $\bar{\epsilon}$ , o equivalentemente su parte real, consideraremos de nuevo la asimetría  $\delta(t)$  definida en el capítulo anterior. Esta cantidad se obtuvo anteriormente asumiendo la conservación exacta de CP, es decir, con  $K_L = K_2^0$  y  $K_S = K_1^0$ . Ahora, en presencia de la violación de CP deberíamos reemplazar  $K_L$  y  $K_S$  por sus expresiones exactas (3.5). Esta sustitución nos lleva a

$$\delta(t) = 2 \left[ Re(\bar{\epsilon}) + e^{-(\Gamma_S + \Gamma_L)\frac{t}{2}} \cos(\Delta m t) \right], \quad (3.18)$$

que incluye el efecto de violación de CP. Este resultado nos dice que a  $t \approx \tau_S$  las oscilaciones temporales dan una medida de  $\Delta m$ , mientras que a  $t \gg \tau_S$  la amplitud de  $\delta(t)$  nos da directamente  $Re(\bar{\epsilon})$ . Estos resultados se pueden entender de la siguiente forma: a tiempos largos sólo los  $K_L$  sobreviven, debido a la violación de CP,  $K^0$  y  $\bar{K}^0$  existen en proporciones desiguales, y su diferencia viene dada por  $2\bar{\epsilon}$ .

### 3.2. Análisis independiente del modelo del proceso $K_L \longrightarrow 2\pi$

Examinemos ahora en detalle los modos  $K_L \longrightarrow \pi^+ + \pi^-$  y  $K_L \longrightarrow \pi^0 + \pi^0$ , que violan CP. Los autoestados (3.5) indican que hay dos posibles escenarios no excluyentes en los cuales puede tener lugar este decaimiento y que se ilustran en la figura ???. Primero, es la componente  $K_2^0$  de  $K_L$  en si misma la que decae en dos piones. Como  $K_2^0$  y  $\pi\pi$  tienen paridades CP opuestas, este modo de decaimiento sólo puede ocurrir si la transición viola la simetría CP. Como esto es una violación directa por la amplitud en si misma, el acoplo efectivo de esta interacción es del orden de  $10^{-3}$  veces el de la interacción que conserva CP. Se trata de una transición  $|\Delta S| = 1$  y se conoce como transición *mildébil*. El efecto en  $K_L$  se parametriza mediante una cantidad  $\epsilon'$  que definiremos posteriormente.

En el segundo escenario, el decaimiento  $K_L \longrightarrow \pi + \pi$  se ve como resultado de la componente  $\bar{\epsilon}K_1^0$ , con  $\bar{\epsilon} \neq 0$ . A diferencia del escenario anterior, en este caso, la amplitud de decaimiento, que es la de  $K_1^0 \longrightarrow \pi + \pi$  multiplicada por  $\bar{\epsilon}$ , conserva exactamente CP. La violación de CP observada en el decaimiento del  $K_L$  se debe a la mezcla  $K^0 - \bar{K}^0$  a través de la matriz de masas.(3.3). Es esta matriz de masas la que viola CP. Como la transición tiene lugar a través de transiciones  $|\Delta S| = 2$ , que son de orden  $\sim G_F^2$ , Wolfenstein la denominó *superdébil*. Por supuesto, ambos escenarios no son mutuamente excluyentes y la violación de CP puede tener lugar mediante ambos escenarios. Realmente es esto lo que ocurre en el mecanismo de violación de CP en el modelo estandar.

Para ilustrar como el experimento puede dar cuenta de estos dos escenarios, introduzcamos las siguientes cantidades complejas que nos dan los cocientes de las amplitudes de decaimiento de  $K_L$  y  $K_S$  en dos piones:

$$\eta^+ \equiv |\eta^{+-}|e^{i\phi^{+-}} \equiv \frac{A(K_L \longrightarrow \pi^+\pi^-)}{A(K_S \longrightarrow \pi^+\pi^-)}, \quad (3.19)$$

$$\eta^{00} \equiv |\eta^{00}|e^{i\phi^{00}} \equiv \frac{A(K_L \longrightarrow \pi^0\pi^0)}{A(K_S \longrightarrow \pi^0\pi^0)}. \quad (3.20)$$

Discutiremos como se miden estas fases complejas y como se determinan sus magnitudes. En particular, una medida muy precisa de su magnitud nos enseñara muchísimo acerca de la naturaleza y el mecanismo de la violación de CP. Un método comunmente usado en estos experimentos se basa en el fenómenos de interferencia. A tiempo  $t = 0$ , producimos un haz de mesones neutros  $K^0$  puro. Usando (3.5), su amplitud de transición a un estado final

de dos piones viene dado por

$$A(K^0 \longrightarrow 2\pi) = \sqrt{\frac{1 + |\bar{\epsilon}|}{2(1 + \bar{\epsilon})^2}} [A(K_L \longrightarrow 2\pi) + A(K_S \longrightarrow 2\pi)]. \quad (3.21)$$

La evolución temporal de  $K_L$  y  $K_S$  será

$$K_{S,L}(t) = K_{S,L}(0) \exp\left[\frac{-t\Gamma_{S,L}}{2}\right] e^{-i(m_{S,L})t}. \quad (3.22)$$

De (3.20) obtenemos la dependencia temporal de la probabilidad para el modo  $\pi^+\pi^-$  o  $2\pi^0$  es

$$I_{\pi\pi}(t) = I_{\pi\pi}(0) \left[ e^{-\Gamma_S t} + |\eta|^2 e^{-\Gamma_L t} + 2|\eta| e^{-(\Gamma_S + \Gamma_L)\frac{t}{2}} \cos(\Delta m t - \phi) \right]. \quad (3.23)$$

Puesto que conocemos  $\Delta m$  de medidas independientes, la observación de las oscilaciones de  $I_{\pi\pi}(t)$  para tiempos del orden de unos pocos  $\tau_S$  nos da la fase  $\phi$ , mientras que para tiempos  $t \gg \tau_S$ , cuando el primer término de la ecuación anterior haya desaparecido, podremos medir  $|\eta|$ . Los datos de los experimentos mas recientes nos proporcionan unos valores

$$|\eta_{00}| = (2,276 \pm 0,014) \times 10^{-3} \quad \phi_{00} = 43,7 \text{ deg} \pm 0,8 \text{ deg} \quad (3.24)$$

$$|\eta_{+-}| = (2,286 \pm 0,014) \times 10^{-3} \quad \phi_{+-} = 43,4 \text{ deg} \pm 0,7 \text{ deg} \quad (3.25)$$

$$|\eta_{00}/\eta_{+-}| = (0,9950 \pm 0,0008) \times 10^{-3} \quad \phi_{00} - \phi_{+-} = 0,2 \text{ deg} \pm 0,4 \text{ deg} \quad (3.26)$$

Para ilustrar como estos resultados nos sirven para distinguir entre los dos escenarios de violación de CP, debemos hacer un análisis detallado de las amplitudes de decaimiento. Los productos finales  $\pi^+\pi^-$  y  $2\pi^0$ , tienen momentos angular cero (onda s). Estos dos piones no pueden tener isospin 1 (prohibido por la estadística de Bose) pero pueden tener isospin 0 o 2. La descomposición de las amplitudes de decaimiento se puede escribir con la ayuda de los coeficientes de Clebsch-Gordan como sigue:

$$A(K^0 \longrightarrow \pi^+ + \pi^-) = \frac{1}{\sqrt{3}} [A_2 + \sqrt{2}A_0], \quad (3.27)$$

$$A(K^0 \longrightarrow \pi^0 + \pi^0) = \frac{1}{\sqrt{3}} [\sqrt{2}A_2 - A_0], \quad (3.28)$$

donde  $A_0$  y  $A_2$  son respectivamente las amplitudes de decaimiento en los estados de isospin  $I = 0$  y  $I = 2$  del sistema de dos piones:

$$A_0 \equiv \langle \pi\pi, I = 0 | H_W | K^0 \rangle, \quad A_2 \equiv \langle \pi\pi, I = 2 | H : W | K^0 \rangle. \quad (3.29)$$



### 3.2. ANÁLISIS INDEPENDIENTE DEL MODELO DEL PROCESO $K_L \longrightarrow 2\pi$

Como  $K^0$  tiene isospin  $1/2$ , el elemento de matriz  $A_2$  será no nulo sólo si  $H_W$  se comporta como un operador de isospin  $I = 3/2$  o  $I = 5/2$ . De manera similar, para un  $A_0$  no trivial,  $H_W$  deberá transformarse como un operador de isospin  $I = 1/2$ . De la regla empírica para el isospin en las transiciones débiles  $\Delta I = 1/2$ , esperaríamos que  $a_{1/2} = \langle \beta | H_W^{I=1/2} | \alpha \rangle$  fuera sustancialmente mayor que  $a_{3/2} = \langle \beta | H_W^{I=3/2} | \alpha \rangle$ . De hecho, en varios decaimientos hadrónicos de partículas extrañas  $\alpha$  en partículas no extrañas  $\beta$  se encuentra que  $|a_{1/2}/a_{3/2}|$  varía entre 15 y 30. Se sigue por tanto que  $|A_0| \gg |A_2|$ . De los datos experimentales para  $K_S \longrightarrow \pi^+\pi^-$  y  $K_S \longrightarrow \pi^0\pi^0$  tenemos  $|A_0/A_2| \approx 22$ .

De nuestra discusión previa, es de esperar que en el caso de una violación exacta de CP,  $A_0$  y  $A_2$  pueden tomarse como reales, o más exactamente podemos elegir su fase relativa como cero. Pero si la simetría CP es violada y si esta violación reside en la amplitud de decaimiento, como es el caso del primero de los escenarios, las amplitudes de isospin  $A_I$  serán en general complejas. Esto implica necesariamente elementos de matriz complejos  $\Gamma_{12}$ , i.e  $Im\Gamma_{12} \neq 0$ .

Para el caso  $\bar{K}^0$ , las correspondientes amplitudes de decaimiento en dos piones se pueden obtener de (3.28) asumiendo que la simetría CPT es una simetría exacta. Definamos

$$\bar{A}_0 \equiv \langle \pi\pi, I = 0 | H_W | \bar{K}^0 \rangle, \quad \bar{A}_2 \equiv \langle \pi\pi, I = 2 | H_W | \bar{K}^0 \rangle. \quad (3.30)$$

Bajo transformaciones CPT,

$$|K^0\rangle \longrightarrow -\langle \bar{K}^0|, \quad \langle \pi\pi, I = 0 | \longrightarrow +|\pi\pi, I = 0\rangle, \quad \langle \pi\pi, I = 2 | \longrightarrow +|\pi\pi, I = 2\rangle, \quad (3.31)$$

y la asumida simetría CPT para  $H_W$  nos da

$$\bar{A}_0 = -A_0^*, \quad \bar{A}_2 = -A_2^*; \quad (3.32)$$

luego de (3.28), las amplitudes de decaimiento del  $\bar{K}^0$  son

$$A(\bar{K}^0 \longrightarrow \pi^+\pi^-) = -\frac{1}{\sqrt{3}}[A_2^* + \sqrt{2}A_0^*], \quad (3.33)$$

$$A(\bar{K}^0 \longrightarrow \pi^0\pi^0) = \frac{1}{\sqrt{3}}[-\sqrt{2}A_2^* + A_0^*]. \quad (3.34)$$

Falta por incluir los efectos de la interacción fuerte entre los estados finales que actúan entre los mesones  $\pi$ , es decir, los productos del decaimiento de los  $K_L$ . Estos efectos se parametrizan, como es usual, con los desplazamientos de fase para el scattering pion-pion  $\delta_0(m_K)$  y  $\delta_2(m_K)$  para isospin  $I = 0$  e

$I = 2$  respectivamente. Esos desplazamiento de fase son medibles y conocidos. Incluyendo estos efectos, las cuatro amplitudes relevantes se escriben:

$$\sqrt{3}A(K^0 \longrightarrow \pi^+\pi^-) = [e^{i\delta_2}A_2 + \sqrt{2}e^{i\delta_0}A_0], \quad (3.35)$$

$$\sqrt{3}A(K^0 \longrightarrow \pi^0\pi^0) = [\sqrt{2}e^{i\delta_2}A_2 - e^{i\delta_0}A_0], \quad (3.36)$$

$$\sqrt{3}A(\bar{K}^0 \longrightarrow \pi^+\pi^-) = -[e^{i\delta_2}A_2^* + \sqrt{2}e^{i\delta_0}A_0^*], \quad (3.37)$$

$$\sqrt{3}A(\bar{K}^0 \longrightarrow \pi^0\pi^0) = [-\sqrt{2}e^{i\delta_2}A_2^* + e^{i\delta_0}A_0^*]. \quad (3.38)$$

Reexpresando  $K^0$  y  $\bar{K}^0$  en términos de  $K_L$  y  $K_S$ , se obtiene

$$\eta^{+-} = \epsilon + \epsilon' \quad , \quad \eta^{00} = \epsilon - 2\epsilon' \quad (3.39)$$

con

$$\epsilon = \epsilon' + i\frac{Im(A_0)}{Re(A_0)}, \quad (3.40)$$

y

$$\epsilon' = \frac{i\omega}{\sqrt{2}}e^{i\delta_2-\delta_0}\left[\frac{Im(A_2)}{Re(A_2)} - \frac{Im(A_0)}{Re(A_0)}\right], \quad (3.41)$$

donde  $\omega = Re(A_2)/Re(A_0) \approx |A_2/A_0| \approx 1/22$ .

De los resultados obtenido aprendemos lo siguiente. Lo primero, que la observación del fenómeno de violación de CP generalmente involucra dos amplitudes de transición que interfieren; para  $\epsilon'$ , esta es la interferencia entre  $A_0$  y  $A_2$ , mientras que para  $\epsilon$  la interferencia entre las amplitudes  $K^0 \longrightarrow 2\pi$  y  $\bar{K}^0 \longrightarrow 2\pi$  para  $\bar{\epsilon}$ . Lo segundo, que el parámetro  $\epsilon'$  da cuenta exclusivamente del primer escenario a través de los valores no nulos de  $Im(A_0)$  o de  $Im(A_2)$ , o de ambos. Usando (3.41), la fase de  $\epsilon'$ , tomada de  $(ie^{i(\delta_2-\delta_0)})$ , es  $\pi/2 + \delta_2 - \delta_0$ . Puesto que tanto  $\delta_2$  como  $\delta_0$  se conocen experimentalmente, la fase de  $\epsilon'$  resulta ser  $48 \pm 4$ . De hecho, la violación directa de CP via este primer escanario queda completamente determinada si conocemos  $\eta^{+-} - \eta^{00} = 3\epsilon'$  y  $|\eta^{00}/\eta^{+-}|^2 = 1 - 6Re(\epsilon'/\epsilon)$ . Debido a una desafortunada circunstancia,  $\epsilon'$  se ve fuertemente suprimida por  $\omega$ , reducida por la regla  $\Delta I = 1/2$  y también por una posible diferencia  $\frac{Im(A_2)}{Re(A_2)} - \frac{Im(A_0)}{Re(A_0)}$ . Nótese que mientras que  $A_2 \ll A_0$  los cocientes de las partes imaginaria y real pueden ser comparables, puesto que  $Re(A_2)$  está en el denominador. Finalmente, de la regla  $\Delta I = 1/2$ , la amplitud escalar de isospin predomina en  $K \longrightarrow 2\pi$ , y por tanto, la componente que viola CP en  $\Gamma_{12}$ , es decir,  $Im(\Gamma_{12})$  debe venir fundamentalmente de  $Im(A_0)$ , tal que

$$Im(\Gamma_{12}) \approx \Gamma_S \frac{Im(A_0)}{Re(A_0)} \approx 2\delta m \frac{Im(A_0)}{Re(A_0)}. \quad (3.42)$$

Sustituyendo el resultado anterior en la expresión para  $\bar{\epsilon}$ , tenemos

$$\epsilon = \epsilon' + i \frac{Im(A_0)}{Re(A_0)} \approx \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2}} \left[ \frac{Im(M_{12})}{2Re(M_{12})} + \frac{Im(A_0)}{Re(A_0)} \right]. \quad (3.43)$$

Las expresiones para  $\epsilon$  y  $\epsilon'$  obtenidas tienen la siguiente propiedad importante. Como sabemos por mecánica cuántica, la fase absoluta de una amplitud aislada no tiene significado físico, y es sólo cuando la medimos con respecto a la fase de otra amplitud cuando adquiere significado. Por tanto, para determinar si existen o no realmente efectos de violación de CP, es necesario determinar la fase relativa de las dos amplitudes que interfieren en alguna transición débil apropiada. Puesto que la fase global no tiene ningún significado, es de esperar que al realizar los cambios

$$K^0 \longrightarrow e^{i\alpha} K^0 \quad \bar{K}^0 \longrightarrow e^{-i\alpha} \bar{K}^0 \quad (3.44)$$

deberían dejar  $\epsilon$  y  $\epsilon'$  inalterados, y esto es precisamente lo que ocurre, lo que nos muestra que estos parámetros tienen significado real y representan realmente los efectos de violación de CP en los decays de  $K$ .

El modelo fenomenológico e independiente de modelos que hemos presentado nos sirve para confrontar los datos experimentales con los diferentes modelos teóricos que se puedan presentar. Estas teorías dan predicciones sobre  $Im(\Gamma_{12})$  de donde obtenemos  $\epsilon$  y  $\epsilon'$ .

Veremos más adelante, que en el modelo estandar los diagramas *pinguin* gluónicos implican  $Im(A_0) \neq 0$ , es decir, la violación de CP directa en la amplitud de decaimiento (primer escenario). Por tanto una medida de  $\epsilon'$  a través de la de  $\eta^{+-}/\eta^{00}$  es crucial para la validez del mecanismo KM estandar de la violación de CP. Un valor de  $\epsilon'$  sería un resultado fatal para el mecanismo KM estandar.

En el segundo escenario (superdébil) que discutiremos más adelante, la violación de CP en el decay  $K_L \longrightarrow 2\pi$  se debe únicamente a un mecanismo desconocido, el cual tiene, por asunción, un elemento de matriz complejo  $M_{12}$  efectivo  $\Delta S = 2$ . Este complejo, puesto a mano para los datos  $K_L \longrightarrow 2\pi$ , se traslada a un  $\bar{\epsilon} \neq 0$ . Este escenario es completamente diferente del estandar KM de la teoría electrodébil que predice que, fuera del sistema de mesones K con valor  $\epsilon'$  distinto de cero, son de esperar grandes violaciones de CP en muchos canales de decaimiento de los mesones B.

### 3.3. El escenario *superdébil*

Como ya mencionamos, las amplitudes de decaimiento en el segundo escenario conservan CP. En este caso las amplitudes  $A_0$  y  $A_2$  se pueden tomar

como reales, de forma que  $\epsilon'$  es idénticamente cero. La violación de CP observada en el decaimiento  $K_L$  provendría de la mezcla  $K_1^0 - K_2^0$  a través del elemento de matriz complejo  $M_{12}$ . Nótese que  $\Gamma_{12}$  es, por el contrario un número real. La mezcla  $K_1^0 - K_2^0$  puede calcularse como

$$\langle K_1^0 | H_W | K_2^0 \rangle = \frac{1}{2} \langle K^0 - \bar{K}^0 | H_W | K^0 + \bar{K}^0 \rangle = \frac{1}{2} \langle (M_{12} - M_{12}^*) \rangle = i \text{Im}(M_{12}). \quad (3.45)$$

Puesto que  $\text{Im}(A_0) = 0$  y  $\text{Im}(\Gamma_{12}) = 0$ , esto nos lleva a

$$|\epsilon| = |\bar{\epsilon}| = \frac{\text{Im}(M_{12})}{\sqrt{2}\Delta m} \quad \epsilon' = 0. \quad (3.46)$$

Puesto que  $\delta m$  es del orden de  $G_F^2$ ,  $\text{Im}(M_{12})$  se reduce por debajo de este nivel por  $\epsilon$ . El acoplamiento efectivo superdébil, que es proporcional a  $\text{Im}(M_{12})$ , tiene una magnitud del orden de  $|\epsilon| G_F m_c^2 / 6\pi^2 \approx 10^{-10}$  comparada al de la interacción débil  $\sim G_F$ . Sin embargo, la interacción superdébil puede manifestarse a través del factor de mezcla  $\bar{\epsilon}$  porque el denominador  $\Delta m$  en (3.46) es muy pequeño. En este segundo escenario, todos los efectos de violación de CP dependen sólo del parámetro  $\bar{\epsilon}$ . Este predice

$$\eta^{+-} = \frac{\langle \pi^+ \pi^- | K_L \rangle}{\langle \pi^+ \pi^- | K_S \rangle} = \frac{\langle \pi^+ \pi^- | \bar{\epsilon} K_1^0 \rangle}{\langle \pi^+ \pi^- | K_1^0 \rangle} = \bar{\epsilon}, \quad (3.47)$$

$$\eta^{00} = \frac{\langle \pi^0 \pi^0 | K_L \rangle}{\langle \pi^0 \pi^0 | K_S \rangle} = \frac{\langle \pi^0 \pi^0 | \bar{\epsilon} K_1^0 \rangle}{\langle \pi^0 \pi^0 | K_1^0 \rangle} = \bar{\epsilon}, \quad (3.48)$$

de forma que  $\eta^{+-} = \eta^{00}$  y  $\phi^{+-} = \phi^{00} = \phi^{\bar{\epsilon}} = \arctan \frac{2\Delta m}{\Delta\gamma} = (43,37 \pm 0,2)$ . Hasta la fecha, todos los datos de  $\eta^{+-}$ ,  $\eta^{00}$ ,  $\phi^{+-}$  y  $\phi^{00}$  son consistentes con el escenario superdébil. Este mecanismo hace también la predicción de que  $K_L \rightarrow 2\pi$  y  $K_S \rightarrow 3\pi$  dan lugar a efectos de violación de CP cuantitativamente iguales:

$$\eta^{+-0} \equiv \frac{\langle \pi^+ \pi^- \pi^0 | K_S \rangle}{\langle \pi^+ \pi^- \pi^0 | K_L \rangle} = \bar{\epsilon} = \eta^{00} \equiv \frac{\langle \pi^0 \pi^0 \pi^0 | K_S \rangle}{\langle \pi^0 \pi^0 \pi^0 | K_L \rangle}. \quad (3.49)$$

Por tanto,  $\eta^{+-} = \eta^{00} = \eta^{+-0} = \eta^{000}$ . Desafortunadamente, los decaimientos  $K_S$  a tres piones son extremadamente difíciles de detectar debido a que están suprimidos por la pequeñez de la ruptura de simetría ( $10^{-3}$ ) y por la reducción del espacio de fases disponible en el estado final.

# Capítulo 4

## La violación de CP en el marco del modelo estandar

### 4.1. Introducción

En el marco del modelo estandar de las interacciones electrodébiles, basado en la ruptura espontanea de simetría del grupo gauge

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \xrightarrow{\text{SSB}} U(1)_{\text{em}}, \quad (4.1)$$

los efectos de violación de CP pueden originarse de las interacciones de las corrientes cargadas de los quarks con la estructura

$$D \rightarrow UW^-. \quad (4.2)$$

Aquí  $D \in \{d, s, b\}$  and  $U \in \{u, c, t\}$  denota los quarks tipo down y tipo up, respectivamente, mientras que el  $W^-$  es el bosón gauge  $SU(2)_L$  usual. Desde el punto de vista fenomenológico, es conveniente juntar las distintas longitudes de acoplo  $V_{UD}$  de las procesos con corrientes cargadas en en la siguiente matriz:

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}, \quad (4.3)$$

que se conoce como la matriz de Cabibbo–Kobayashi–Maskawa (CKM). [16, 17].

Desde un punto de vista teórico, esta matriz conecta los estados electrodébiles  $(d', s', b')$  con sus autoestados de masa  $(d, s, b)$  a través de la siguiente transformación unitaria:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

Consecuentemente,  $V_{\text{CKM}}$  es realmente una matriz *unitaria*. Este hecho asegura la ausencia de corrientes neutras con cambio de sabor a nivel árbol en el modelo estandar, y es por tanto la base del famoso mecanismo de Glashow–Iliopoulos–Maiani (GIM). Si reexpresamos el lagrangiano de interacción para corrientes cargadas no leptónicas en término de los autoestados que aparecen en la expresión anterior, llegamos a

$$\mathcal{L}_{\text{int}}^{\text{CC}} = -\frac{g_2}{\sqrt{2}} \left( \bar{u}_L, \bar{c}_L, \bar{t}_L \right) \gamma^\mu V_{\text{CKM}} \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix} W_\mu^\dagger + \text{h.c.}, \quad (4.5)$$

donde el acoplo gauge  $g_2$  es relacionado con el grupo gauge  $SU(2)_L$ , y el campo  $W_\mu^{(\dagger)}$  corresponde con los bosones cargados  $W$ . Mirando a los vértices de interacción que se siguen de esta expresión observamos que los elementos de la matriz CKM describen de hecho las longitudes asociadas a los procesos con corrientes cargadas.

Tomemos el vértice  $D \rightarrow UW^-$  y su conjugado CP. Puesto que la correspondiente transformación CP implica el cambio

$$V_{UD} \xrightarrow{\text{CP}} V_{UD}^*, \quad (4.6)$$

podremos, en principio, acomodar la violación de CP en el modelo estandar a través de fases complejas en la matriz CKM. La pregunta crucial en este contexto es si realmente tenemos fases físicas en esta matriz.

## 4.2. Interacciones débiles de los quarks y la matriz de mezcla

En el modelo estandar con  $N$  generaciones la matriz CKM es una matriz  $N \times N$  unitaria, y como tal debería en principio ser parametrizada con  $N^2$  parámetros. Sin embargo, de todos ellos  $2N - 1$  son fases carentes de significado físico que pueden absorberse o cambiarse a voluntad reescribiendo los campos de los quark

$$U_\alpha = e^{i\psi_\alpha} U'_\alpha \quad (4.7)$$

$$D_k = e^{i\psi_k} D'_k, \quad (4.8)$$

con esto, la matriz CKM se transforma como

$$V'_{\alpha k} = e^{i(\psi_k - \psi_\alpha)} V_{\alpha k}. \quad (4.9)$$

Nótese que no podemos eliminar  $2N$  fases puesto que, si todos los  $\psi_\alpha$  y  $\psi_k$  son iguales, no hay cambio en  $V_{\alpha k}$ , ya que un cambio de fase en todos los

## 4.2. INTERACCIONES DÉBILES DE LOS QUARKS Y LA MATRIZ DE MEZCLA 39

campos de quarks no tiene efecto en  $V$ . Por tanto, el número de parámetros físicos en  $V$  es

$$N^2 - (2N - 1) = (N - 1)^2. \quad (4.10)$$

Una matriz  $N \times N$  ortogonal se parametriza por  $N(N - 1)/2$  ángulos de rotación, llamados generalmente ángulos de Euler. Una matriz unitaria es una extensión compleja de una matriz ortogonal. Por tanto, de todos los parámetros involucrados

$$\frac{1}{2}N(N - 1) \quad (4.11)$$

parámetros deben identificarse como ángulos de rotación. El resto de parámetros

$$(N - 1)^2 = \underbrace{\frac{1}{2}N(N - 1)}_{\text{Euler angles}} + \underbrace{\frac{1}{2}(N - 1)(N - 2)}_{\text{complex phases}} \quad (4.12)$$

son fases de carácter físico.

Como vemos, en el caso del modelo estandar con dos generaciones no existe fase física, sino solamente un ángulo, el ángulo de Cabibbo  $\theta_C$  que puede determinarse a partir de los decays  $K \rightarrow \pi l \bar{\nu} u$

$$V_C = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix}, \quad (4.13)$$

La matriz que obtenemos es por tanto ortogonal, lo que permite explicar la ausencia de corrientes neutras que cambian el sabor (el mecanismo de GIM), pero lo que es más importante, es real, con lo que CP es automáticamente conservada en el modelo estandar con dos familias. Este hecho constituyó un gran problema para el modelo estandar en su época. Una solución posible era extender el sector de Higgs del modelo estandar, o más genéricamente, la violación de CP asociada al proceso de ruptura espontánea de simetría. Otro posible solución propuesta en su momento era ir más allá del modelo estandar. Finalmente, el problema puede resolverse introduciendo una tercera familia, como sugirieron Kobayashi y Maskawa en 1973

En el caso de tres generaciones, la parametrización correspondiente a la matriz  $3 \times 3$  involucra cuatro parámetros: tres ángulos tipo Euler y una fase compleja. Desafortunadamente, existen muchas parametrizaciones de la matriz CKM. Nosotros no entraremos aquí en una discusión detallada de estas parametrizaciones, sino que presentaremos al lector aquellas que vayamos a utilizar en futuros desarrollos. No obstante hagamos unos comentarios generales.

Podemos escribir la matriz en cuestión como el producto de tres matrices de *rotación*, donde una de ellas involucra una fase, es decir

$$V_{CKM} = R_{23}(\theta_3, \delta)R_{12}(\theta_1, 0)R_{23}(\theta_2, 0) \quad (4.14)$$

donde  $R_{ij}(\theta, \phi)$  denota una rotación unitaria en el plano  $ij$  por el ángulo  $\theta$  y la fase  $\psi$ , donde  $0 \leq \theta_j \leq \pi/2$  y  $0 \leq \delta \leq 2\pi$ . Evidentemente, podemos redefinir los planos de rotación y por tanto las matrices sin más que encontrar ángulos apropiado. Centrémonos en la matriz central  $R_{12}$ . Puesto que hemos elegido los índices 12 no podremos usar estos índices para las matrices laterales, puesto que si no no entenderíamos la matriz más general. Sin embargo, podemos tomar las matrices laterales ambas con índices 23 o 31, o una de ellas con 23 y la otra con 31. Los índices de las matrices laterales se pueden tomar iguales puesto que las matrices de rotación no conmutan. Por tanto, con 12 en el medio tenemos cuatro posibilidades. Si repetimos el mismo procedimiento para los índices 23 y 31 tendremos 12 posibilidades. Más es, podemos poner la fase en cualquiera de las matrices, y por tanto tenemos 36 parametrizaciones de aspecto similar.

### 4.3. Requerimientos adicionales para violación de CP

Consideremos ahora las condiciones para tener violación de CP proveniente de la matriz de mezcla. Tomemos la matriz de mezcla más general  $V_{CKM} = R_{23}(\theta_3, \delta)R_{12}(\theta_1, 0)R_{23}(\theta_2, 0)$ . Ninguno de los ángulos de rotación puede ser 0 o  $\pi/2$  si se viola CP. Por ejemplo, si  $\theta_3$  se anula, la matriz  $R_{23}$  se convierte en la matriz unidad y  $V$  se vuelve real. De igual forma, si  $\theta_1$  se anula  $V$  se convierte en una matriz de rotación en el espacio 23. De hecho, la matriz tendrá entonces 4 ceros, la primera familia no se mezcla con las otras y no habrá violación de CP. Finalmente, si todos los ángulos de rotación son distintos de 0 y  $\pi/2$ , para tener una matriz no real  $V$ , debemos exigir  $\delta \neq 0, \pi$ . En resumen, existen ocho condiciones a satisfacer por los ángulos y la fase

$$\theta_j \neq 0, \pi/2 \quad \delta \neq 0, \pi, \quad j = 1, 2, 3 \quad (4.15)$$

Tenemos por tanto un total de catorce condiciones necesarias para tener violación de CP en el modelo estandar con tres familias. Veremos como estas 14 relaciones se unifican en una sólo condición.

La relación de ortogonalidad para las dos primeras filas se escribe

$$V_{ud}V_{cd}^* + V_{us}V_{cs}^* + V_{ub}V_{cb}^* = 0. \quad (4.16)$$



Multiplicándola por  $V_{us}^* V_{cs}$  y tomando la parte imaginaria obtenemos

$$\text{Im}(Q_{udcs}) = -\text{Im}(Q_{ubcs}). \quad (4.17)$$

donde  $Q_{\alpha i \beta j} \equiv V_{\alpha i} V_{\beta j} V_{\alpha j}^* V_{\beta i}^*$ . Por tanto, los dos cuartetos tienen partes imaginarias simétricas. Procediendo de la misma forma, es posible demostrar que, debido a la ortogonalidad de cada par de filas o columnas diferentes de  $V$ , las partes imaginarias de todos los cuartetos son iguales salvo un signo (Jarlskog 1985, Dunietz et al. 1985). Podemos por tanto definir

$$J \equiv \text{Im}(Q_{uscb}) = \text{Im}(V_{us} V_{cb} V_{ub}^* V_{cs}^*). \quad (4.18)$$

La cantidad  $J$  es por tanto una cantidad universal, en el sentido de que no depende de la parametrización. Nótese que  $J$  es independiente del convenio de fases. Por ejemplo, si modificamos la fase del quark  $u$ , entonces, debido al hecho de que uno de los elementos que aparece en  $J$ ,  $V_{uj}$ , es complejo conjugado, mientras que el otro no lo es,  $J$  no cambia. De hecho, los invariantes de la matriz de mezcla son el módulo de estos elementos  $V_{\alpha j}$  y la cantidad  $J$ , en el sentido de que no dependen de la parametrización elegida, y por tanto, podemos usarlos para dar una parametrización independiente del ángulo y de la fase, como haremos próximamente. Los invariantes de orden superior se pueden escribir como función de los cuartetos y del módulo, por ejemplo

$$V_{\alpha i} V_{\beta j} V_{\gamma k} V_{\alpha j}^* V_{\beta k}^* V_{\gamma i}^* = \frac{Q_{\alpha i \beta j} Q_{\beta i \gamma k}}{U_{\beta i}}. \quad (4.19)$$

El procedimiento puede fallar en algunos casos en los cuales los elementos de la matriz CKM sean cero. No consideraremos dichos casos aquí.

## 4.4. Información experimental de $V_{CKM}$

Para determinar las magnitudes de los elementos  $|V_{ij}|$  de la matriz CKM, podemos usar los siguientes procesos a nivel árbol:

- Nuclear beta decays, neutrón decays  $\Rightarrow |V_{ud}|$ .
- $K \rightarrow \pi \ell \bar{\nu}$  decays  $\Rightarrow |V_{us}|$ .
- Producción  $\nu$  de charm *off valence*  $d$  quarks  $\Rightarrow |V_{cd}|$ .
- *Charm-tagged*  $W$  decays (así como  $\nu$  producción y decays  $D$  semi-leptónicos)  $\Rightarrow |V_{cs}|$ .
- Decaimientos  $b \rightarrow c \ell \bar{\nu}$  exclusivos e inclusivos  $b \rightarrow c \ell \bar{\nu}$  decays  $\Rightarrow |V_{cb}|$ .

Figura 4.1: Jerarquía de las transiciones de quark mediadas por las corrientes cargadas.

- Decaimientos  $b \rightarrow u\ell\bar{\nu}$  exclusivos e inclusivos  $\Rightarrow |V_{ub}|$ .
- $\bar{t} \rightarrow \bar{b}\ell\bar{\nu} \Rightarrow$  (cruda determinación directa de of)  $|V_{tb}|$ .

Si usamos la correspondiente información experimental, junto con la relación de unitariedad, y asumimos que existen sólo tres generaciones, llegamos a los siguientes límites para  $|V_{ij}|$  al 90 % de nivel de confianza:

$$|V_{\text{CKM}}| = \begin{pmatrix} 0.9741-0.9756 & 0.219-0.226 & 0.0025-0.0048 \\ 0.219-0.226 & 0.9732-0.9748 & 0.038-0.044 \\ 0.004-0.014 & 0.037-0.044 & 0.9990-0.9993 \end{pmatrix}. \quad (4.20)$$

En la Fig. 4.1, mostramos la jerarquía resultante: las transiciones entre las mismas generaciones están gobernadas por los elementos de matriz de  $\mathcal{O}(1)$ , aquellas entre la primera y la segunda generación se ven suprimidas por factores CKM del orden  $\mathcal{O}(10^{-1})$ , entre la segunda y tercera generación se ven suprimidas por  $\mathcal{O}(10^{-2})$ , y por último, las transiciones entre la primera y tercera generación están suprimidas por factores del orden  $\mathcal{O}(10^{-3})$ .

## 4.5. Triángulos de Unitariedad

Volvamos al tema de la unitariedad. Consideremos la relación de ortogonalidad entre la primera y tercera columna de  $V$

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{td}^* \quad (4.21)$$

Podemos interpretar esta ecuación como un triángulo en el plano complejo. Este triángulo rotará como un todo cuando redefinamos la fase de la matriz CKM:

$$V'_{\alpha d}V'_{\alpha b}{}^* = e^{i(\psi_d - \psi_b)} V_{\alpha d}V_{\alpha b}^*. \quad (4.22)$$

La forma del triángulo permanece en cambio inalterada, puesto que sus ángulos internos como la longitud de sus lados es invariante bajo un cambio de fase. Los ángulos internos se definen como

$$\alpha \equiv \arg\left(-\frac{V_{td}V_{td}^*}{V_{ud}V_{ub}^*}\right) = \arg(-Q_{ubtd}), \quad (4.23)$$

$$\beta \equiv \arg\left(-\frac{V_{cd}V_{cd}^*}{V_{td}V_{tb}^*}\right) = \arg(-Q_{tbcd}), \quad (4.24)$$

$$\gamma \equiv \arg\left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}\right) = \arg(-Q_{cbud}). \quad (4.25)$$

que satisfacen, por definición

$$\alpha + \beta + \gamma = \arg(-1) = \pi \text{ mod } 2\pi. \quad (4.26)$$

ecuación que es válida incluso si existen desviaciones de la unitariedad.

Es útil reescalar el triángulo definiendo

$$R_t \equiv \left|\frac{V_{td}V_{tb}}{V_{cb}V_{cb}^*}\right|, \quad (4.27)$$

$$R_b \equiv \left|\frac{V_{ud}V_{ub}}{V_{cb}V_{cb}^*}\right|. \quad (4.28)$$

Obtenemos por tanto un triángulo con lados de longitud 1,  $R_t$ , y  $R_b$ .

## 4.6. Interpretación geométrica de $J$

Consideremos de nuevo el triángulo de la sección anterior. Su altura es  $|V_{ud}V_{ub} \sin \gamma|$  y el área  $|V_{cd}V_{cb}/2|$ . Por tanto, el área del triángulo es  $\frac{1}{2}|Q_{udcb} \sin \gamma|$ , es decir,

$$Area = \frac{Im(Q_{udcb})}{2} = \frac{J}{2}. \quad (4.29)$$

Condiciones similares se aplican para el resto de las relaciones de ortogonalidad

$$V_{ud}V_{us}^* + V_{cd}V_{cs}^* + V_{td}V_{ts}^* = 0 \quad (4.30)$$

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 \quad (4.31)$$

$$V_{us}V_{ub}^* + V_{cs}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 \quad (4.32)$$

$$V_{ud}V_{cd}^* + V_{us}V_{cs}^* + V_{ub}V_{cb}^* = 0 \quad (4.33)$$

$$V_{ud}V_{td}^* + V_{us}V_{ts}^* + V_{ub}V_{tb}^* = 0 \quad (4.34)$$

$$V_{cd}V_{td}^* + V_{cs}V_{ts}^* + V_{cb}V_{tb}^* = 0 \quad (4.35)$$

que pueden interpretarse como seis triángulos en el plano complejo, todos ellos con 'área  $|J|/2$ .

## 4.7. Parametrización de Wolfenstein

En 1983 se cayó en la cuenta de que el decay del quark bottom predomina sobre el del charm:  $|V_{cb}| \gg |V_{ub}|$ . Wolfenstein (1983) se dió cuenta de que  $|V_{cb}| \sim |V_{us}|^2$  e introdujo una parametrización aproximada en la cual la unitariedad se satisface sólo aproximadamente, y que se ha convertido quizá en la parametrización más habitual.

$$\hat{V}_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4), \quad (4.36)$$

El parámetro  $\lambda = 0,22$  es pequeño, y sirve como parámetro de la expansión. Por otro lado  $A \sim 1$ , ya que  $|V_{cb}| \sim |V_{us}|^2$ . Finalmente  $|V_{ub}|/|V_{cb}| \sim \lambda/2$  y por tanto  $\rho$  y  $\eta$  deberían ser menores que 1.

Es fácil comprobar que las relaciones de ortogonalidad, así como las de unitariedad se satisfacen hasta orden  $\lambda^3$ . Una expansión de  $V$  hasta potencias superiores puede hacerse en caso de que se necesite una mejor aproximación a la unitariedad.

La parametrización de Wolfenstein es original por dos motivos. Primero, incorpora como ingredientes no sólo la unitariedad, sino también información experimental. Segundo, es sólo aproximadamente unitaria, obteniendo la aproximación a la unitariedad por una expansión en serie.

En la parametrización de Wolfenstein al orden dado

$$\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{|V_{cd}V_{cb}|} = \rho + i\eta \quad (4.37)$$

$$\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{|V_{cd}V_{cb}|} = -1 \quad (4.38)$$

$$\frac{V_{td}V_{tb}^*}{|V_{cd}V_{cb}|} = 1 - \rho - i\eta \quad (4.39)$$

Mientras que  $\lambda = 0,2205 \pm 0,0018$  y  $A = 0,824 \pm 0,075$  se conocen relativamente bien, los parámetros  $\rho$  y  $\eta$  o equivalentemente los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ , son muchos más inciertos. La meta principal de los experimentos de violación de CP es contreñir estos parámetros y, posiblemente encontrar inconsistencias indicando la existencia de física más allá del modelo estandar.

Algunas veces la expansión hasta potencias del orden  $\lambda^3$  no es suficiente y podemos querer usar términos de orden superior. Sabemos por ejemplo, que las partes imaginarias de todos los cuartetos deberían ser iguales en valor absoluto. Esto sin embargo no es cierto cuando usamos la parametrización

de Wolfenstein:  $Q_{udcs}$  y  $Q_{cstb}$  son reales, mientras que  $Im(Q_{tdcb}) = A^2\lambda^6\eta$  y  $Im(Q_{uscb}) = A^2\lambda^6\eta(1-\lambda^2/2)$ . Tales imprecisiones pueden resultar una fuente de error al usar la parametrización de Wolfenstein.

## 4.8. El resto de triángulos en la parametrización de Wolfenstein

Como vimos, la unitariedad de la matriz CKM descrita por

$$\hat{V}_{\text{CKM}}^\dagger \cdot \hat{V}_{\text{CKM}} = \hat{1} = \hat{V}_{\text{CKM}} \cdot \hat{V}_{\text{CKM}}^\dagger, \quad (4.40)$$

da lugar a un conjunto de 12 ecuaciones, 6 de normalización y 6 de ortogonalidad. Las últimas como vimos pueden representarse por 6 triángulos en el plano complejo, todos con la misma área,  $2A_\Delta = J$ . Veamos estas relaciones desde la parametrización de Wolfenstein. Tenemos para la ortogonalidad de las columnas

$$\underbrace{V_{ud}V_{us}^*}_{\mathcal{O}(\lambda)} + \underbrace{V_{cd}V_{cs}^*}_{\mathcal{O}(\lambda)} + \underbrace{V_{td}V_{ts}^*}_{\mathcal{O}(\lambda^5)} = 0 \quad (4.41)$$

$$\underbrace{V_{us}V_{ub}^*}_{\mathcal{O}(\lambda^4)} + \underbrace{V_{cs}V_{cb}^*}_{\mathcal{O}(\lambda^2)} + \underbrace{V_{ts}V_{tb}^*}_{\mathcal{O}(\lambda^2)} = 0 \quad (4.42)$$

$$\underbrace{V_{ud}V_{ub}^*}_{(\rho+i\eta)A\lambda^3} + \underbrace{V_{cd}V_{cb}^*}_{-A\lambda^3} + \underbrace{V_{td}V_{tb}^*}_{(1-\rho-i\eta)A\lambda^3} = 0, \quad (4.43)$$

mientras que aquellas asociadas con la ortogonalidad de las filas toman la forma:

$$\underbrace{V_{ud}^*V_{cd}}_{\mathcal{O}(\lambda)} + \underbrace{V_{us}^*V_{cs}}_{\mathcal{O}(\lambda)} + \underbrace{V_{ub}^*V_{cb}}_{\mathcal{O}(\lambda^5)} = 0 \quad (4.44)$$

$$\underbrace{V_{cd}^*V_{td}}_{\mathcal{O}(\lambda^4)} + \underbrace{V_{cs}^*V_{ts}}_{\mathcal{O}(\lambda^2)} + \underbrace{V_{cb}^*V_{tb}}_{\mathcal{O}(\lambda^2)} = 0 \quad (4.45)$$

$$\underbrace{V_{ud}^*V_{td}}_{(1-\rho-i\eta)A\lambda^3} + \underbrace{V_{us}^*V_{ts}}_{-A\lambda^3} + \underbrace{V_{ub}^*V_{tb}}_{(\rho+i\eta)A\lambda^3} = 0. \quad (4.46)$$

donde hemos indicado las estructuras que aparecen si utilizamos la parametrización en cuestión. Observamos que sólo en (4.43) y (4.46), que describen la ortogonalidad entre la primera y la tercera columna y entre la primera y tercera fila respectivamente, los tres lados de triángulo son comparables en magnitud,  $\mathcal{O}(\lambda^3)$ , mientras que el resto de relaciones, un lado se ve suprimido con respecto a los otros por factores del orden  $\mathcal{O}(\lambda^2)$  o  $\mathcal{O}(\lambda^4)$ . Por tanto,

Figura 4.2: Contours in the  $\bar{\rho}-\bar{\eta}$  plane, allowing us to determine the apex of the UT.

debemos utilizar sólo dos triángulos en el plano complejo. No obstante, como se indica en (4.43) y (4.46), las correspondientes relaciones de ortogonalidad están de acuerdo las unas con las otras hasta ordenes  $\lambda^3$  level, dando

$$[(\rho + i\eta) + (-1) + (1 - \rho - i\eta)] A\lambda^3 = 0. \quad (4.47)$$

y por tanto, describen el mismo triángulo, al que normalmente nos referiremos como triángulo de unitariedad de la matriz CKM.

Probablemente en la era de la segunda generación de los experimentos de B decay en la era del LHC la precisión experimental será tan grande que debamos ir hasta los siguientes ordenes de la expansión de Wolfenstein, y tendremos que distinguir entre los triángulos de unitariedad anteriores.

## 4.9. Hacia la región permitida en el plano $\bar{\rho} - \bar{\eta}$ .

Con ayuda de los datos experimentales es posible determinar la forma del triángulo de unitariedad en el plano  $\rho-\eta$ . Desafortunadamente, no tenemos el marco teórico necesario para discutir en detalle como se hace esto realmente. Sin embargo, es útil bosquejar el procedimiento correspondiente, el ajuste de la matriz CKM se basa en los siguientes elementos

- El parámetro  $R_b$  introducido anteriormente y que involucra  $|V_{ub}/V_{cb}|$ . Puede determinarse experimentalmente a través de los procesos  $b \rightarrow ul\bar{\nu}$  y  $b \rightarrow cl\bar{\nu}$ . Siguiendo esas líneas podemos fijar un círculo en el plano complejo centrado en el origen y de radio  $R_b$ .
- El parámetro  $R_t$  que involucra el cociente  $|V_{td}V_{cd}|$  puede determinarse con ayuda de la diferencia de masas  $\Delta m$  entre los autoestados de masa del sistema de mesones  $B_d - B_s$ . Estas cantidades nos permiten fijar otro círculo en el plano  $\bar{\eta} - \bar{\rho}$ , centrado en  $(1, 0)$  y de radio  $R_t$ .
- Finalmente, podemos convertir la medida en el observable  $\epsilon$ , que describe la violación de CP en el sistema de kaones neutros en una hipérbola en el plano complejo.

#### 4.10. POR QUÉ CREEMOS EN EL MECANISMO DE KOBAYASHI-MASKAWA? 47

La intersección de estos contornos nos permite determinar la forma del triángulo de unitariedad en el modelo estandar, tal y como se muestra en la figura 4.2. Las curvas implicadas por  $\delta m$  y  $\epsilon$  dependen del parámetro CKM  $A$  y de la masa del quark top  $m_t$ , así como de ciertos calculos perturbativos en QCD y parámetros no perturbativos. Consecuentemente, surgen fuertes correlaciones entre las incertidumbres teóricas y las experimentales en el ajuste de la matriz  $CKM$ . Los rangos típicos ( y entiendase por típico, conservadores) para los ángulos del triángulo de unitariedad resultantes del ajuste de la matriz CKM son

$$70^\circ \leq \alpha \leq 130^\circ, \quad 20^\circ \leq \beta \leq 30^\circ, \quad 50^\circ \leq \gamma \leq 70^\circ. \quad (4.48)$$

Por otro lado, la violación de CP en el sistema de mesones B proporciona diversas estrategias para determinar los ángulos directamente, ofreciendo diferentes formas de fijar la forma del triángulo de unitariedad en el plano complejo. Siguiendo estas líneas se puede realizar un fuerte test del mecanismo CKM. Esta característica tan interesante se refleja también en el tremendo esfuerzo empleado en explorar la violación de CP en decaimientos B experimentales en la última década.

### 4.10. Por qué creemos en el mecanismo de Kobayashi-Maskawa?

Los experimentos realizados proporcionan tres observables

1. Violación de CP indirecta en  $K \rightarrow \pi\pi$  y  $K \rightarrow \pi l\bar{\nu}$

$$\epsilon = (2,28 \pm 0,02) \times 10^{-3} e^{i\pi/4}. \quad (4.49)$$

2. Violación de CP directa en  $K \rightarrow \pi\pi$

$$\frac{\epsilon'}{\epsilon} = (1,72 \pm 0,18) \times 10^{-3}. \quad (4.50)$$

3. Violación de CP en  $B \rightarrow \psi K_S$  y otros modos relacionados

$$a_{\psi K_S} = 0,79 \pm 0,10. \quad (4.51)$$

Todos estos observables son consistentes con el mecanismo de Kobayashi-Maskawa. En particular, los experimentos recientes en violación de CP en el decaimiento de los B constituyen el primer test de precisión de la violación

de CP en el modelo estandar. Puesto que el modelo ha pasado todos los test satisfactoriamente, estamos por primera vez en capacidad de hacer la siguiente afirmación: La fase de la matriz Kobayashi-Maskawa es la fuente dominante de violación de CP en procesos con cambio de sabor a baja energía. Los experimentos han excluido otros muchos posibles escenarios, como el modelo superdébil, en el que la violación de CP es meramente indirecta, y que queda excluido por el hecho de que  $\epsilon'/\epsilon \neq 0$ , o los modelos con violación de CP aproximada en la que todas las fases son pequeñas que queda excluida por la evidencia de que  $a_\psi K_S = \mathcal{O}(1)$ .

## 4.11. Por qué dudamos del mecanismo de Kobayashi-Maskawa?

### 4.11.1. La asimetría materia-antimateria en el Universo

La cosmología nos muestra que la fase de la matriz CKM no puede ser la única fuente de violación de CP: bariogénesis, es decir, la historia de la materia y la antimateria en el Universo, no puede obtenerse del mecanismo de Kobayashi-Maskawa.

Para entender este hecho, desconectemos provisionalmente toda violación de CP. Entonces, para cada proceso que ocurra en la naturaleza, el correspondiente proceso conjugado CP procede con una tasa idéntica. Asumamos unas condiciones iniciales tales que la densidad de número de quarks y la densidad de número de antiquark sean iguales. Entonces, la invarianza bajo CP garantiza que las densidades de número permanecieran iguales las unas a las otras a lo largo de la historia del Universo. En otras palabras, la asimetría bariónica  $\eta = (n_B - n_{\bar{B}})/n_\gamma$  será siempre cero. Dos procesos significativos son la aniquilación y producción de pares protón-antiprotón. Mientras que el primero ocurre a cualquier temperatura, el segundo sólo es permitido si la energía de los fotones es suficientemente grande como para producir un par. A temperaturas suficientemente altas la producción y la aniquilación mantendrá a los protones y antiprotones en equilibrio y sus densidades de número serán exactamente igual la una a la otra y similar a la densidad de número de fotones,  $n_B = n_{\bar{B}} = n_\gamma$ . Pero a temperaturas por debajo del GeV, la producción de protón-antiprotón disminuye y eventualmente se detiene. Puesto que la aniquilación continua teniendo lugar, la densidad de número de protones y antiprotones, aun permaneciendo iguales la una a la otra, decrece, y a tiempo presente no habría ni materia ni antimateria. Lo cual es de



hecho inconsistente con la observaciones.

Encendamos ahora la violación de CP. Esta permite distintas tasas para un proceso y su conjugado CP. Esta situación tendría consecuencias relevantes si se cumplen dos condiciones adicionales: existe una desviación del equilibrio térmico y el número bariónico puede ser violado. Cuando estas tres condiciones, conocidas como condiciones de Shakarov se satisfacen, podremos inducir una diferencia entre el número de quarks y antiquarks. Asumamos que número de quarks se hace ligeramente mayor que el de antiquarks. Este escenario se conoce como bariogénesis. En la transición de fase electrodébil, a temperaturas del orden de unos pocos cientos de GeV, los procesos con violación del número bariónico se ven altamente suprimidos, y el número bariónico no puede cambiar nunca más. La historia de la materia y la antimateria en el Universo sigue las mismas líneas descritas en el parrafo anterior. A temperaturas por debajo de unos pocos GeV la densidad de número de protones y antiprotones decrece. Existe sin embargo una diferencia importante: en algún momento protones y antiprotones desaparecerían. Pero la pequeña cantidad extra de protones no tendrá antiprotones con los que aniquilarse, y permanecerá así por siempre. El Universo resultante es un universo sin antimateria. Hay una pequeña cantidad de materia con cociente  $(n_B/n_\gamma)_0$  reflejando la asimetría bariónica inducida por bariogénesis.

El punto importante en lo que a nosotros respecta es que la bariogénesis es una consecuencia directa de la violación de CP. Por tanto, el número de bariones actual, deducido de manera cuidadosa de las ligaduras de nucleosíntesis

$$\frac{n_B}{n_\gamma} = (5,5 \pm 0,5) \times 10^{-10}, \quad (4.52)$$

es esencialmente un observable de violación de CP que puede ser añadido a la lista de observables de violación de CP. Dado un modelo de violación de CP podemos chequear la inconsistencia entre los datos de la cosmología y aquellos obtenidos en el laboratorio.

Lo sorprendente es que el mecanismo de Kobayashi-Maskawa de violación de CP no da cuenta de la cota cosmológica y predice una densidad de número bariónico muchos ordenes de magnitud por debajo del valor observado. Este fallo es independiente de otros aspectos del modelo estandar: la supresión de  $n_B/n_\gamma$  es incluso mayor si la separación del equilibrio viene inducida por mecanismos mucho allá del modelo estandar. Esta situación nos permite afirmar que existen fuentes de violación de CP más allá de la fase de Kobayashi-Maskawa.

### 4.11.2. El problema de CP fuerte

Abordar el título de esta sección en su totalidad me llevaría otro trabajo entero. Me limitaré por tanto a plantear el problema. Efectos no perturbativos en QCD inducen un término adicional en el lagrangiano

$$\mathcal{L}_\theta = \frac{\theta_{QCD}}{32\pi^2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} F^{\mu\nu a} F^{\rho\sigma a}. \quad (4.53)$$

Este término viola CP. En particular induce un momento dipolar eléctrico (EDM) al neutrón. La contribución al límite quiral es

$$d_N = \frac{g_{\pi NN} \bar{g}_{\pi NN}}{4\pi^2 M_N} \ln(M_N/m_\pi) \sim 5 \times 10^{-16} \theta_{QCD} \text{ e cm}, \quad (4.54)$$

donde  $M_N$  es la masa del nucleón, y  $g_{\pi NN}$  ( $\bar{g}_{\pi NN}$ ) es el acoplo pseudoescalar (acoplo pseudoescalar que viola CP) del pión al nucleón. La cota experimental es

$$d_N \leq 6,3 \times 10^{-26} \text{ e cm}, \quad (4.55)$$

lo que da la siguiente cota  $\theta_{QCD} \leq 10^{-10}$ . Puesto que  $\theta_{QCD}$  aparece de efectos no perturbativos en QCD, es *imposible* calcularla. Sin embargo hay buenas razones para pensar que  $\theta_{QCD} = \mathcal{O}(1)$ . Dentro del modelo estandar, un valor tna pequeño no es natural, puesto que fijar  $\theta_{QCD}$  no añade simetría al modelo. Entender porque CP es tan pequeña en las interacciones fuertes en lo que se conoce como problema de CP fuerte.

El problema de CP fuerte podría ser una puerta a nueva física y son muchas las soluciones que se han propuesto, pero hasta ahora son meramente especulativas, por lo que no entraremos en ellas aquí.

# Capítulo 5

## Violación de CP en mesones B

### 5.1. Introducción

Desde que en 1964 se descubriera la violación de CP en  $K_L \rightarrow 2\pi$ , no se habían observado nuevos efectos, a pesar de que el mecanismo estandar CKM ofrecía un marco teórico para este efecto y abría la violación de CP a procesos fuera del sistema de kaones, en particular en el sector del bottom. Los mesones B nos llevan a tres cuestiones fundamentales:

- Naturaleza y fuentes de violación de CP: Es la fase de la matriz CKM el único mecanismo de violación de CP? Es cierto, que sólo las corrientes cargadas violan CP, mientras que las corrientes neutras lo conservan, como nos dice el modelo estandar? Como se explico en el capítulo abordando los mesones neutros, mientras que el valor experimental  $\epsilon$  en el sistema de kaones se puede acomodar dentro del modelo estandar, este no proporciona un test para el mismo. Por otro lado, el parámetro  $\epsilon'$  está sujeto a incertidumbres experimentales puesto que estamos en el régimen de baja energía de QCD no perturbativa, y los datos experimentales para  $\epsilon'$  son aún inconcluyentes.
- Las asimetrías CP en los decaimientos  $B^0$  proporcionan un método alternativo a la medida de los parámetros CKM. Esto es importante, porque los modos semileptonicos usados para la determinación de  $V_{ub}$  no pueden tomar ventaja de  $HFS$  (el quark u es ligero) y por tanto están sujetos a incertidumbres experimentales. Además, los valores precisos de los elementos de matriz de la matriz CKM, en particular aquellos relacionados con el quark top  $V_{td}, V_{ts}$ , que no pueden ser medidos directamente, pueden ser determinados.

- Las asimetrías CP en el sector B son sensibles a la posible existencia de nueva física más allá del modelo estandar inducidas por los quantum loops efectos de las nuevas partículas.

## 5.2. $B^0 - \bar{B}^0$ mixing

En capítulos anteriores analizamos el formalismo general para la mezcla de kaones neutros de manera que las formulas obtenidas podrían aplicarse directamente al sistema  $B_d^0 \equiv \bar{b}d$  y  $B_s^0 \equiv \bar{b}s$ . Discutiremos el caso de  $B_d^0$  y omitiremos el subíndice  $d$  por conveniencia, de manera que  $B_d^0 = B^0$ . Puesto que el  $B^0$  puede mezclarse con el  $\bar{B}^0$  por interacciones débiles, a través de diagramas tipo box, un autoestado de la interacción débil del mesón neutro B se puede escribir como una superposición de  $B^0$  y  $\bar{B}^0$  usando una matriz  $2 \times 2$   $\tilde{M}_{ij} - \frac{i}{2}\tilde{\Gamma}_{ij}$ . Los términos fuera de la diagonal son responsables de la mezcla,  $\tilde{M}_{12}$  corresponde a la transición virtual entre  $B^0$  y  $\bar{B}^0$ , mientras que  $\tilde{\Gamma}_{12}$  describe la transición real debida a los modos de decaimiento comunes a  $B^0$  y  $\bar{B}^0$ . Al igual que hicimos con los kaones, introducimos una componente  $B_h$  (*heavy*) y una componente *menos pesada*  $B_l$ . Estas son mezclas de los autoestados de CP,  $B_1 = (B^0 - \bar{B}^0)/\sqrt{2}$  y  $B_2 = (B^0 + \bar{B}^0)/\sqrt{2}$  con autovalores  $\pm 1$  respectivamente:

$$B_l = pB^0 + q\bar{B}^0 = \frac{1}{\sqrt{1 + |\tilde{\epsilon}|^2}}(B_2 + \tilde{\epsilon}B_1), \quad (5.1)$$

$$B_h = pB^0 - q\bar{B}^0 = \frac{1}{\sqrt{1 + |\tilde{\epsilon}|^2}}(B_1 + \tilde{\epsilon}B_2), \quad (5.2)$$

$$\frac{q}{p} = \frac{1 - \tilde{\epsilon}}{1 + \tilde{\epsilon}} = \frac{\sqrt{\tilde{M}_{12}^* - \frac{i}{2}\tilde{\Gamma}_{12}^*}}{\sqrt{\tilde{M}_{12} - \frac{i}{2}\tilde{\Gamma}_{12}}} = \frac{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}{\sqrt{[\tilde{M}_{12}^* - \frac{i}{2}\tilde{\Gamma}_{12}^*][\tilde{M}_{12} - \frac{i}{2}\tilde{\Gamma}_{12}]}} \quad (5.3)$$

La violación de CP indirecta en el sistema de B's tendrá lugar si

$$|q/p| \neq 1 \longrightarrow \epsilon \neq 0 \quad (5.4)$$

que resulta del hecho de que los autoestados de sabor  $B_h$  y  $B_l$  son diferentes de los autoestados de CP  $B_1$  y  $B_2$ .

Definamos  $\Delta m_B = M_{B_h} - M_{B_l}$  y  $\Delta\Gamma_B = \Gamma_{B_h} - \Gamma_{B_l}$ . Al igual que ocurría con los kaones neutros, la diagonalización de la matriz  $2 \times 2$   $\tilde{M}_{12} - \frac{i}{2}\tilde{\Gamma}_{12}$  nos da

$$M_{B_l} - \frac{i}{2}\Gamma_{B_l} = M_0 - \frac{i}{2}\Gamma_0 + \sqrt{[\tilde{M}_{12}^* - \frac{i}{2}\tilde{\Gamma}_{12}^*][\tilde{M}_{12} - \frac{i}{2}\tilde{\Gamma}_{12}]}, \quad (5.5)$$

$$M_{B_h} - \frac{i}{2}\Gamma_{B_h} = M_0 - \frac{i}{2}\Gamma_0 - \sqrt{\left[\tilde{M}_{12}^* - \frac{i}{2}\tilde{\Gamma}_{12}^*\right]\left[\tilde{M}_{12} - \frac{i}{2}\tilde{\Gamma}_{12}\right]}, \quad (5.6)$$

$$\frac{q}{p} = \frac{-2(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*)}{\Delta m_B - \frac{i}{2}\Delta\Gamma_B} = \frac{\Delta m_b - \frac{i}{2}\Delta\Gamma_B}{-2(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12})} \quad (5.7)$$

de manera que

$$(\Delta m_B)^2 - \frac{i}{4}(\Delta\Gamma_B)^2 = 4|\tilde{M}_{12}|^2 - |\tilde{\Gamma}_{12}|^2, \quad (5.8)$$

$$(\Delta m_B)(\Delta\Gamma_B) = 4Re(\tilde{M}_{12}\tilde{\Gamma}_{12}^*). \quad (5.9)$$

La diferencia de masas  $\Delta m_B$  se ha medido y resulta ser  $(0,467 \pm 0,017)(ps)^{-1} = (3,07 \pm 0,11) \times 10^{-4}$  eV. De (5.9) deducimos que, una vez conocida la diferencia de masas, un pequeño  $\tilde{\Gamma}_{12} \ll \tilde{M}_{12}$  implica  $|\Delta\Gamma_B| \ll \Delta m_B$  y  $\Delta m_B \approx 2|\tilde{M}_{12}|$ . Mostraremos primero que  $\tilde{\Gamma}_{12} \ll \tilde{M}_{12}$ .

Para el sistema  $B^0$  y  $\bar{B}^0$ , el término fuera de la diagonal  $\tilde{\Gamma}_{12}$  es extremadamente pequeño puesto que el solapamiento en los productos de decaimiento de  $B^0$  y  $\bar{B}^0$  es raro. De hecho, los  $B^0$  decaen fundamentalmente en partículas descritas por  $\bar{b} \rightarrow \bar{c} + \bar{d} + u$ , mientras que los  $\bar{B}^0$  decaen según  $b \rightarrow c + d + \bar{u}$ . Estos productos de decaimiento son completamente distintos. Sólo existen unos pocos canales comunes a los cuales los  $B^0$  y los  $\bar{B}^0$  pueden decaer. Estos son  $B^0 \rightarrow D^+ + D^-$  (o  $\pi^+ + \pi^-$ )  $\leftarrow \bar{B}^0$ , viniendo de  $b \rightarrow c + d + \bar{c}$  (o  $b \rightarrow u + d + \bar{u}$ ). Sin embargo, sus tasas están suprimidas por  $|V_{cb}V_{cd}^*|^2$  (o  $|V_{ub}V_{ud}^*|^2$ ). Experimentalmente, sólo se conoce una cota superior  $< 10^{-3}$  para el branching ratio de los decaimientos comunes  $B^0 \rightarrow X_{com}$  y  $\bar{B}^0 \rightarrow X_{com}$ .

Por tanto, la diferencia de tiempos de vida  $\Delta\Gamma_B$  entre  $B_h$  y  $B_t$  es pequeña y casi imposible de medir. Ni los mesones neutros B largos ni los cortos son accesibles experimentalmente; sin embargo, existe una diferencia de masa  $\Delta m_B$  entre los dos autoestados de la interacción débil  $B_h$  y  $B_t$ , los cuales tienen tiempos de vida casi iguales  $\tau_{B^0} = 1/\Gamma_B \approx (1,549 \pm 0,020) \times 10^{-12}$  s.

Esto está en claro contraste con el sistema de mesones K donde el término fuera de la diagonal  $\Gamma_{12}$  es grande puesto que  $K^0$  y  $\bar{K}^0$  pueden decaer en dos o tres piones. Con un valor grande de  $\Gamma_{12}$ , los modos  $K_L$  y  $K_S$  tienen una gran diferencia en tiempos de vida, y por tanto se llaman modos largo y corto respectivamente. Esta situación única se debe a la particular escala de masas de los mesones K, que tienen sólo dos modos de decaimiento hadrónicos en dos y tres piones.  $\Delta m_K = m_L - m_S$  y  $\Delta\gamma = \Gamma_L - \Gamma_S$ .

### 5.3. El cociente $(q/p)_B$ en el sistema de B's

Para el sistema de K's sabemos que  $2Re(\bar{\epsilon}) \approx (3,27 \pm 0,12) \times 10^{-3}$  medido a partir de la asimetría electrón positrón  $\delta_K(t)$ . Por tanto el cociente  $(q/p)_K$  para el sistema de kaones es

$$|q/p| \approx 1 - 2Re(\bar{\epsilon}) \approx 1 - \mathcal{O}(10^{-3}), \quad (5.10)$$

la pequeña desviación de 1 para el sistema de kaones se debe a la violación de CP en la transición  $|\Delta S = 2|$  a través de la mezcla  $K^0 - \bar{K}^0$ . Para el sistema de B, por otro lado, independientemente de la cuestión de violación de CP, podemos anticipar del hecho de que  $\tilde{\Gamma}_{12} \ll \tilde{M}_{12}$ , es decir,  $\tilde{\epsilon} \ll 1$ , que el cociente  $(q/p)_B$  debe ser muy próximo a la unidad. De hecho

$$\left(\frac{q}{p}\right)_B = \frac{\sqrt{\tilde{M}_{12}^* - \frac{i}{2}\tilde{\Gamma}_{12}^*}}{\sqrt{\tilde{M}_{12} - \frac{i}{2}\tilde{\Gamma}_{12}}}, \quad (5.11)$$

$$|q/p|_B \approx 1 - \mathcal{O}(10^{-3}). \quad (5.12)$$

Por tanto, la violación de CP indirecta en la transición  $\Delta B = 2$  a través de la mezcla  $B^0 - \bar{B}^0$  debe ser un efecto muy pequeño, al igual que en el sistema K. El parámetro  $\tilde{\epsilon}$  de los mesones B es presumiblemente incluso menor que el  $\bar{\epsilon}$  de los mesones K. Sin embargo, como veremos, la violación de CP en las transiciones  $\Delta B = 1$  es de esperar mayor de acuerdo con el modelo estandar. Esto está de nuevo en claro contraste con el mesón K, donde la violación de CP directa  $\Delta S = 1$  es extremadamente pequeña (recuérdese que  $\epsilon' \ll \epsilon$ ).

### 5.4. La diferencia de masas $\Delta m_B$

Una vez que los mesones neutros se han producido in pares, sus decaimientos semileptónicos (inclusivo o exclusivos) proporcionan un método excelente para medir la mezcla  $B^0 - \bar{B}^0$ . De sus respectivos contenidos de quarks,  $B^0$  decae en un lepton positivamente cargado  $l^+$ , mientras que  $\bar{B}^0$  va a uno negativo  $l^-$ . Si los  $B^0$  y los  $\bar{B}^0$  no se mezclan, el par producido tendría la signatura característica de un dileptón con signos opuestos  $l^+ + l^-$ . Por tanto, un evento reconstruido del mismo signo  $\mu^+ + \mu^+$  demostraría de manera no ambigua la conversión de un  $\bar{B}^0$  en un  $B^0$ , es decir, el par  $B^0 - \bar{B}^0$  se convierte en dos  $B^0$  que decaen subsecuentemente en  $\mu^+ + \mu^+$ . Este evento ha sido encontrado y muestra que la mezcla debe existir.

La diferencia de masa  $\Delta m_B$  se mide de la frecuencia del cambio de  $B^0$  a  $\bar{B}^0$  o viceversa. Esta cambio se refleja bien en oscilaciones dependientes

del tiempo o en tasas integradas en el tiempo correspondiente a los eventos dileptónicos con el mismo signo. De manera similar a lo que hacíamos en el sistema  $K_L$  y  $K_S$ , escribamos

$$|B_h(t)\rangle [e^{-t\Gamma_B/2}] (e^{-itM_B}) e^{-it\Delta m_B/2} |B_h(0)\rangle \quad (5.13)$$

$$|B_l(t)\rangle [e^{-t\Gamma_B/2}] (e^{+itM_B}) e^{-it\Delta m_B/2} |B_l(0)\rangle \quad (5.14)$$

La evolución de los autoestados de masa anteriores al convinarse con (5.3) nos proporciona la evolución temporal de  $B^0(t)$  y  $\bar{B}^0(t)$ :

$$|B^0(t)\rangle = h_+(t)|B^0(0)\rangle + \frac{q}{p}h_-(t)|\bar{B}^0(0)\rangle, \quad (5.15)$$

$$|\bar{B}^0(t)\rangle = \frac{p}{q}h_-(t)|B^0(0)\rangle + h_+(t)|\bar{B}^0(0)\rangle, \quad (5.16)$$

$$h_+(t) = e^{-t\Gamma_B/2} e^{-itM_B} \cos(t\Delta m_B/2), \quad (5.17)$$

$$h_-(t) = i [e^{-t\Gamma_B/2} e^{-itM_B} \sin(t\Delta m_B/2)]. \quad (5.18)$$

Al igual que ocurría con los mesones, si empezamos a tiempo  $t = 0$  con un haz puro de  $B^0$ , la probabilidad de encontrar un  $B^0(\bar{B}^0)$  a tiempo  $t \neq 0$  viene dada por  $|h_+(t)|^2(|h_-(t)|^2)$ . Tomando  $|q/p| = 1$ , tenemos

$$|h_{\pm}(t)|^2 = \frac{1}{2} e^{-t\Gamma_B} [1 \pm \cos(t\Delta m_B)]. \quad (5.19)$$

De igual forma, si tenemos un haz de  $\bar{B}^0$  puro a tiempo  $t = 0$ , la probabilidad de encontrar un  $\bar{B}^0(B^0)$  a tiempo  $t \neq 0$  viene también dada por  $|h_+(t)|^2(|h_-(t)|^2)$ . Las oscilaciones de  $B^0$  o  $\bar{B}^0$  dadas por la expresión (5.19) nos proporcionan  $\Delta m_B$  directamente. Integrando  $|h_{\pm}(t)|^2$  entre  $t = 0$  y  $t = \infty$  tenemos

$$\int_0^{\infty} dt |h_{\pm}(t)|^2 = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{\Gamma_B} \pm \frac{\Gamma_B}{\Gamma_B^2 + (\Delta m_B)^2} \right]. \quad (5.20)$$

El cociente

$$r = \frac{B^0 \leftrightarrow \bar{B}^0}{\bar{B}^0 \leftrightarrow B^0} = \frac{\int_0^{\infty} dt |h_-(t)|^2}{\int_0^{\infty} dt |h_+(t)|^2} = \frac{x^2}{2 + x^2}, \quad (5.21)$$

donde  $x \equiv \Delta m_B/\Gamma_B$ , refleja el cambio de un  $B^0$  puro a un  $\bar{B}^0$  y viceversa. Este cambio se manifiesta por eventos dileptónicos con el mismo signo comparados con los de signo opuesto y nos da

$$x = \frac{\Delta m_B}{\Gamma_B} = 0,71 \pm 0,04. \quad (5.22)$$

Este resultado, combinado con las medidas de las oscilaciones, da el valor medio  $\Delta m_B = (3,07 \pm 0,12) \times 10^{-4}$  eV, que es unos cientos de veces mayor que la correspondiente  $\Delta m_K$  para el sistema de mesones K.

## 5.5. El elemento de matriz $V_{tb}$ a partir de $\Delta m_B$

De manera similar a como hicimos con los mesones K la diferencia de masa  $\Delta m_B$  se calcula a partir de diagramas de caja, lo cual nos da  $\tilde{M}_{12}$ . A diferencia de ese caso, donde tanto las contribuciones del charm y el top son importantes, encontramos que cuando aplicamos las expresiones (2.41) y (??) a los mesones B, el quark top domina  $\tilde{M}_{12}$ . Puesto que  $\tilde{\Gamma}_{12} \ll \tilde{M}_{12}$  de (5.9) tenemos  $\Delta m_B \approx 2|\tilde{M}_{12}|$ :

$$\Delta m_B \approx 2|\tilde{M}_{12}| = \frac{G_F^2 m_t^2 M_B f_B^2}{6\pi^2} g(x_t) \eta_t |V_{td}^* V_{tb}|^2 B, \quad (5.23)$$

donde  $\eta_t \approx 0,55$  es la corrección gluónica a los diagramas tipo box,  $f_B$  es la constante del mesón B involucrada en  $B^+ \rightarrow \tau^+ + \nu^+$ . El último factor  $B$  representa la corrección a la inserción de vacío usada para evaluar  $\Delta m_B$ . La constante de decaimiento  $f_B$ , no determinada aún por los experimentos se toma como  $180 \pm 50$  MeV y el parámetro  $B$  se toma  $1 \pm 0,2$ , obteniéndose estos valores de cálculos en la lattice. La ecuación anterior nos proporciona

$$|V_{td}| = (9,2 \pm 3) \times 10^{-3} = A\lambda^3 \sqrt{(1 - \rho)^2 + \eta^2}, \quad (5.24)$$

que representa una ligadura adicional a los parámetros  $\rho$  y  $\eta$  de la matriz CKM.

De (5.21) y (5.23) nos damos cuenta de que la mezcla  $B^0 - \bar{B}^0$  se puede observar debido a la gran diferencia de masas  $\Delta m_B$ , o, equivalentemente, debido a la gran masa del top quark, que compensa la pequeñez de  $|V_{td}^*|^2$ .

Usando (5.12) y (5.23) encontramos la siguiente expresión, que es frecuentemente usada

$$\left(\frac{q}{p}\right)_B = \frac{\sqrt{\tilde{M}_{12}^* - \frac{i}{2}\tilde{\Gamma}_{12}^*}}{\sqrt{\tilde{M}_{12} - \frac{i}{2}\tilde{\Gamma}_{12}}} \approx \frac{\sqrt{\tilde{M}_{12}^*}}{\sqrt{\tilde{M}_{12}}} = \frac{\sqrt{(V_{td}V_{tb})^2}}{(V_{td}^*V_{tb})^2} = \frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{td}^*V_{tb}} \equiv e^{-2i\beta}, \quad (5.25)$$

lo que nos dice que, en muy buena aproximación el cociente  $q/p$  es una fase pura. El ángulo  $\beta$  que caracteriza el mecanismo de violación de CP estandar es una cantidad importante en el triángulo de unitariedad.

## 5.6. Triángulo de Unitariedad y Asimetrías CP en los decays de mesones neutros B

El método más prometedor para la medida de la violación de CP es buscar una asimetría entre  $\Gamma(B^0 \rightarrow f_{cp})$  y  $\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow \bar{f}_{cp})$ , donde  $f_{cp}$  es un



## 5.6. TRIÁNGULO DE UNITARIEDAD Y ASIMETRÍAS CP EN LOS DECAYS DE MESONES NEUTROS

estado hadrónico con autovalores CP  $\pm 1$  bien definidos. Tenemos  $\bar{f}_{cp} = \pm f_{cp}$  dependiendo de la paridad CP de  $f_{cp}$ . Un ejemplo de autoestados de CP son los sistemas de dos partículas  $\psi + K_S$ , si tenemos en cuenta que estos mesones se producen en onda P con momento angular  $L = 1$ , obtenemos que el estado final de esta transición es un autoestado del operador CP con autovalor

$$\underbrace{(+1)}_{J/\psi} \times \underbrace{(+1)}_{K_S} \times \underbrace{(-1)^1}_{L=1} = -1.$$

Otros ejemplos son  $\pi^+ + \pi^-$  (con paridad CP +1) y  $\rho^0 + K_S$  (con paridad CP -1). A continuación definimos las amplitudes  $A, \bar{A}$  y el parámetro  $\xi$  como

$$A \equiv \langle f_{cp} | H_W | B^0(t) \rangle \quad \bar{A} \equiv \langle \bar{f}_{cp} | H_W | \bar{B}^0 \rangle \quad \xi \equiv \frac{q \bar{A}}{p A}. \quad (5.26)$$

La evolución temporal de las amplitudes de decaimiento se puede escribir como

$$\langle f_{cp} | H_W | B^0(t) \rangle = A[h_+(t) + \xi h_-(t)], \quad (5.27)$$

$$\langle \bar{f}_{cp} | H_W | \bar{B}^0(t) \rangle = \frac{p}{q} A[h_-(t) + \xi h_+(t)]. \quad (5.28)$$

Las tasas para que un estado inicial puero  $B^0$  (o  $\bar{B}^0$ ) decaiga en un autoestado de CP  $f_{cp}$  (o  $\bar{f}_{cp}$ ) a tiempo  $t$  están dados por

$$\Gamma(B^0(t) \longrightarrow f_{cp}) = C \left[ \frac{1 + |\xi|^2}{2} + \frac{1 - |\xi|^2}{2} \cos(\Delta m_B t) - \text{Im}(\xi) \sin(\Delta m_B t) \right], \quad (5.29)$$

$$\Gamma(\bar{B}^0(t) \longrightarrow \bar{f}_{cp}) = C \left[ \frac{1 + |\xi|^2}{2} - \frac{1 - |\xi|^2}{2} \cos(\Delta m_B t) + \text{Im}(\xi) \sin(\Delta m_B t) \right], \quad (5.30)$$

donde  $C = |A|^2 e^{-\Gamma_B t}$ . La dependencia temporal de la asimetría CP se define como

$$a(t) = \frac{\Gamma(B^0(t) \longrightarrow f_{cp}) - \Gamma(\bar{B}^0(t) \longrightarrow f_{cp})}{\Gamma(B^0(t) \longrightarrow f_{cp}) + \Gamma(\bar{B}^0(t) \longrightarrow \bar{f}_{cp})} = \frac{(1 - |\xi|^2) \cos(\Delta m_B t) - 2\Im(\xi) \sin(\Delta m_B t)}{1 + |\xi|^2}. \quad (5.31)$$

Hemos visto en (5.25) que  $|q/p| = 1$ . Es más, si  $|\bar{A}/A| = 1$ , tal que  $|\xi| = 1$ , la asimetría  $a(t)$  se simplifica considerablemente:

$$a(t) = -\text{Im}(\xi) \sin(\Delta m_B t). \quad (5.32)$$

La asimetría en la tasa total se obtiene integrando el numerador y el denominador de (5.31). Para  $\xi = 1$ , tenemos

$$\bar{a} = \frac{-x}{1 + x^2} \text{Im}(\xi). \quad (5.33)$$

Nótese que la simetría integrada  $\bar{a}$  se ve suprimida cuando  $x \ll 1$  (en el caso de mesones encantados  $D^0$ , puesto que  $\Gamma_D \gg \Delta m_D$ ) o cuando  $x \gg 1$  (en el caso de  $B_s^0 \equiv \bar{b}s$ ). En estos casos, la asimetría temporal es especialmente útil.

Cuando  $|\xi| = 1$ , la cantidad  $\xi$ , que puede escribirse como  $\xi = e^{i\theta}$ , es muy interesante, puesto que parte imaginaria, es decir,  $\sin\theta$  está directamente relacionada con los elementos de matriz CKM, tal que la medida de las asimetrías directamente determina los ángulos CKM. Veámos cuales son las condiciones que garantizan  $|\bar{A}/A| = 1$ .

Como ya ilustramos en el caso de los kaones, en general, podemos escribir las amplitudes de los  $B^0$  y los  $\bar{B}^0$  como la suma de diversas contribuciones

$$A = \sum_k A_k e^{i\delta_k} e^{i\phi_k} \quad , \quad \bar{A} = \sum_k A_k e^{i\delta_k} e^{-i\phi_k} \quad , \quad (5.34)$$

donde  $\phi_k$  es la fase de la matriz CKM que representa la violación de CP, mientras que  $\delta_k$  es el cambio en la fase por interacción fuerte debido a los procesos de scattering entre los hadrones de los estados finales. EL  $\delta_k$  entra en las dos expresiones anteriores con el mismo signo puesto que las interacciones fuertes conservan CP. Por tanto,  $|A| = |\bar{A}|$  si las diversas contribuciones  $A_k$  tienen la misma fase CKM, o en particular, si hay sólo una contribución dominante. En algunos casos especiales, las incertidumbres hadrónicas son eliminadas en el cociente  $|A/\bar{A}| = 1$ .

Generalmente  $|A/\bar{A}|_{vert} \neq 1$ , puesto que los decaimiento no leptónicos en (5.34) reciben contribuciones de las amplitudes a nivel árbol y *penguin*. Las primeras-si favorecida por los elementos de matriz de la matriz CKM (digamos  $V_{cb}V_{ud}^*$  o  $V_{cb}V_{cs}^*$ )- dominarían a las segundas que estan suprimidas por ordenes perturbativos superiores en QCD. Sin embargo, no es difícil encontrar algunos contraejemplos donde las amplitudes *árbol* están bien prohibidas o suprimidas por  $V_{ub}V_{us}^* \sim 10^{-3}V_{cd}V_{ud}^*$ . Es más, las amplitudes *arbol* y *penguin* tienen fases diferentes en general.

Afortunadamente, existen unos pocos casos en los que  $\bar{A}/A = 1$ . En particular, estamos interesados en  $b \rightarrow s + c + \bar{c}$  (responsable del modo de decaimiento  $B \rightarrow J/\psi + K$ ) que permite la determinación del ángulo  $\beta$ . Este modo recibe contribuciones tanto de diagramas árbol como penguin.

Generalmente los diagramas tipo penguin son de la forma  $b \rightarrow s(d) + q + \bar{q}$ . Notémos que el loop interno está dominado por el quark top debido a su masa y también porque  $V_{td} \sim 1$  es mayor. La amplitud *penguin* dominante corresponde al proceso  $b \rightarrow s + q + \bar{q}$  (por ejemplo  $b \rightarrow s + c + \bar{c}$  o  $b \rightarrow s + u + \bar{u}$ ). La amplitud resulta ser

$$\frac{\alpha_s}{12\pi} V_{tb}V_{ts}^* \log \frac{m_t^2}{m_b^2} \quad , \quad (5.35)$$

## 5.6. TRIÁNGULO DE UNITARIEDAD Y ASIMETRÍAS CP EN LOS DECAYS DE MESONES NEUTROS

El diagrama penguin no dominante  $b \rightarrow d + q + \bar{q}$  se puede obtener de la expresión anterior reemplazando  $V_{ts}^*$  por  $V_{td}^* < V_{ts}^*$ . La misma amplitud  $b \rightarrow s + c + \bar{c}$  debido al diagrama a nivel árbol es proporcional a  $V_{cb}V_{cs}^*$ , que es mayor que (5.35).

Dentro del modelo estandar de violación de CP, el modo  $\bar{B} \rightarrow J/\psi + K_S$  es muy interesante, puesto que, no sólo las contribuciones a nivel árbol dominan sobre las penguin, sino que ambas amplitudes tienen una fase común CKM tal que, independientemente de sus magnitudes relativas, se satisface  $|\bar{A}/A| = 1$ . Añadir la parte penguin a la amplitud a nivel árbol (5.34) no afecta a  $|\xi| = 1$ , de manera que la asimetría es teóricamente muy limpia. Por esta razón, la asimetría de este modo *dorado* es ideal para la primera medida en las factorias de B.

El decaimiento  $B \rightarrow J/\psi + K_S$  viene gobernado a nivel quark por  $b \rightarrow c + s + \bar{c}$  para la cual la amplitud a nivel árbol es proporcional a  $V_{cb}V_{cs}^*$  como se menciono previamente. El resto de detalles de la amplitud son irrelevantes. La amplitud penguin para la misma reacción  $\bar{B} \rightarrow j/\psi + \bar{K}$ , contiene, como vemos en (5.35) el factor  $V_{tb}V_{ts}^*$ . Este factor tiene la misma fase que la amplitud a nivel árbol  $V_{cb}V_{cs}^*$ , de manera que incluso con la suma de las amplitudes a nivel árbol y penguin en (5.34), tenemos  $|\bar{A}/A| = 1$  puesto que

$$\frac{\bar{A}}{A} = \frac{V_{cb}V_{cs}^*}{V_{cb}^*V_{cs}}. \quad (5.36)$$

Merece la pena enfatizar que independientemente de los detalles de las amplitudes de decaimiento a nivel árbol y penguin el cociente  $\bar{A}/A$  es independiente del modelo y viene dado siempre por (5.36). Este cociente es suficiente para una predicción de la asimetría.

Aún queda el factor  $q/p$  en  $\xi$ . De hecho, hay dos  $q/p$ . Uno asociado con el sistema B  $(q/p)_B$ , ya conocido, y otro  $(q/p)_K$ , a determinar, puesto que con un  $K_S$  en el estado final debemos tener en cuenta las mezclas de  $K^0$  y  $\bar{K}^0$  en el  $K_S$ . Para esto, busquemos el cociente

$$\left(\frac{q}{p}\right)_K \equiv \frac{\langle K_S | K \rangle}{\langle K_S | \bar{K} \rangle}. \quad (5.37)$$

Escribamos  $K_S = p_K K^0 + q_K \bar{K}^0$ , entonces  $\langle K_S | \bar{K} \rangle = q_K^*$ ,  $\langle K_S | K \rangle = p_K^*$ , de forma que

$$\left(\frac{q}{p}\right)_K = \frac{q_K^*}{p_K^*} = \left(\frac{V_{cs}^* V_{cd}}{V_{cs} V_{cd}^*}\right)^*. \quad (5.38)$$

Usando (5.25), (5.36) y (5.38) el parámetro  $\xi$  para  $B \rightarrow J/\psi + K_S$  es

$$\xi_{\psi K_S} = \left(\frac{q}{p}\right)_B \left(\frac{q}{p}\right)_K \left(\frac{V_{cs}^* V_{cd}}{V_{cs} V_{cd}^*}\right)^* = \left(\frac{V_{td} V_{tb}^*}{V_{td}^* V_{tb}}\right) = e^{-2i\beta} \quad (5.39)$$

puesto que  $V_{cd}V_{cb}^*$  es real, como puede verse de la representación del triángulo de unitariedad en el plano complejo. Nótese que el autoestado de CP  $J/\psi+K_S$  tiene paridad intrínseca  $-1$ ; el cociente  $\bar{A}/A$  tiene un signo menos extra de manera que  $\xi_{\psi K_S} = -e^{-2i\beta}$ , y consecuentemente la asimetrías  $a(t)$  y  $\bar{a}$  son proporcionales a  $-\sin 2\beta$ .

Por tanto, una medida en la asimetría de este proceso, nos dá directamente el ángulo  $\beta$ !!!!.

El modelo de violación de CP CKM estandar es muy predictivo, puesto que todos los procesos de violación de CP vienen descritos por un único parámetro, que puede tomarse como  $J$ . Las desviaciones de las predicciones anteriores nos proporcionarían claves acerca de la nueva física más allá del modelo estandar.

## 5.7. El resto de ángulos

Siguiendo las líneas anteriores es posible encontrar procesos a partir de los cuales determinar directamente el resto de ángulos  $\alpha$  y  $\gamma$  del triángulo de unitariedad.

Tomemos por ejemplo el decaimiento  $B^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ , que procede a través de  $b \rightarrow u + W^-$  seguido de  $W^- \rightarrow d + \bar{u}$  y el loop penguin  $b \rightarrow d + g$  seguido por  $g \rightarrow u\bar{u}$ . La amplitud a nivel árbol será  $\sim V_{ub}V_{ud}^* \approx \lambda^3 \approx (0,22)^3$ , mientras que la penguin  $\sim V_{tb}V_{td}^*$  es también de orden  $\approx \lambda^3$  pero con un coeficiente adicional menor  $(\alpha_s/12\pi) \log(m_t^2/m_b^2)$ . Las incertidumbres hadrónicas en la asimetría entre  $B^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$  y  $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$  resultan de la mezcla de pequeñas contribuciones penguin al diagrama a nivel árbol. Estas contribuciones no tienen las mismas fases a diferencia del caso analizado en la sección anterior. Sólo con el diagrama a nivel árbol tenemos

$$\xi = \frac{q}{p} \frac{\bar{A}}{A} = \frac{V_{td}V_{tb}^* V_{ub}V_{ud}^*}{V_{td}^*V_{tb} V_{ub}^*V_{ud}} = e^{-2i\beta} e^{-2i\gamma} = e^{-2i\alpha}. \quad (5.40)$$

La asimetría  $\sim \text{Im}\xi = \sin 2\alpha$  tendrá signo positivo o negativo dependiendo de la forma del triángulo de unitariedad.

De manera similar, utilizando el proceso  $B_s^0 \rightarrow \rho^0 + K_S$ , o a nivel quark,  $b \rightarrow u + W^-$  seguido de  $W^- \rightarrow d + \bar{u}$  a nivel árbol tenemos

$$\xi = \left(\frac{q}{p}\right)_K \left(\frac{q}{p}\right)_B \frac{\bar{A}}{A} = e^{-2i\gamma}. \quad (5.41)$$

donde hemos introducido un factor adicional  $(q/p)_K$  debido a la mezcla  $K^0 - \bar{K}^0$  en  $K_S$ . Con un signo menos adicional debido al autovalor CP del estado final tenemos que la asimetría es  $\sim \sin 2\gamma$ .

## 5.8. Presente y futuro de la violación de CP

Merece la pena no quedarse sólo en desarrollos teóricos y tocar los experimentos involucrados en la medida de los ángulos anteriores.

### 5.8.1. Una introducción al experimento BaBar

La meta principal del experimento BaBar es el estudio sistemático de la violación de las asimetrías CP en el decaimiento de los mesones neutros B. Además de esto se pueden medir diversos elementos de la matriz CKM. Las asimetrías en cuestión pueden ser bastante grandes, necesitándose sólo unos pocos cientos de eventos en el canal apropiado a observar. Los branching ratios de los estados reconstruibles finales son muy pequeños, del orden de  $10^{-5}$  para  $J/\psi K_S^0$ , de manera que se necesita producir del orden de  $10^7$  pares  $B^0\bar{B}^0$  para medir las asimetrías con errores del 10 o menos.

Para observar dichas asimetrías, necesitamos medir tres cosas: los estados exclusivos finales se deben reconstruir totalmente; el sabor (belleza o antibelleza) de las partículas decayendo deber ser *taggeado*; el tiempo propio del decaimiento  $B^0$  con respecto a su producción necesita ser medido.

El experimento en cuestión fue diseñado para alcanzar las metas especificadas anteriormente. La factoría de B PEP II se diseño para aportar estos mesones B al experimento.

### 5.8.2. Factorías de B $e^+e^-$ y PEP II

En los años 1980 los diversos estudios indicaban que la mejor fuente de mesones B era un colisionador  $e^+e^-$ , operando en la resonancia  $\Upsilon(4S)$  del charmonio, pero en un modo asimétrico, es decir, con haces de distinta energía, dando lugar a mesones  $B^0$  con un momento significativo en el sistema de laboratorio (el pequeño valor del Q para  $\Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$  proporciona mesones B casi en reposo en el sistema de laboratorio). Esto permite inferir los tiempos de decaimiento de los mesones B de las ahora medibles distancia de decaimiento. La maquina debe tener además una luminosidad sin precedentes, del orden de  $10^{33} \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  o más. La factoría PEP-II se contruyó satisfaciendo estas características.

Hay varias ventajas del entorno  $e^+e^-$  frente a los entornos hadrónicos, para hacer tal tipo de física:

- Eventos claros, con multiplicidad cargada principal del orden de 11.
- Bajas tasas de interacción  $\sim 10$  Hz.

- Posibilidad de reconstruir los estados finales conteniendo piones y fotones, y por tanto, permitiendo la posibilidad de hacer medidas en muchas más canales.
- Extrapolación sencilla de los experimentos existentes

Existen dos importancias claras de la resonancia  $\Upsilon(4S)$ . La primera es la ausencia de cualquier producto de fragmentación, reduciendo por tanto la posibilidad de backgrounds combinacionales. La segunda es la existencia de diversas ligaduras cinemáticas, en concreto, el conocimiento del cuadrimento exacta de los dos mesones B y el conocimiento de las magnitudes de los momentos en el sistema del centro de masas.

PEP-II tiene dos anillos, uno de 9 GeV (para electrones) y otro de 3,1 GeV (para positrones) alojados en el primer tunel *PEP*. Esto resulta en un  $\beta\gamma$  para los mesones B resultantes en el sistema laboratorio de 0,56 in. La maquina usa el ya existente SLAC linac como inyector.

### 5.8.3. Determinación de $\beta$

Son diversos los modos utilizados para medir  $\beta$ , pero yo me centraré exclusivamente en el modo analizado en el capítulo anterior  $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$ . La combinación de fracciones de decaimiento relativamente grandes, estados fácilmente accesibles con backgrounds pequeños e incertidumbres teóricas despreciables han proporcionado al modo  $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$  el nombre de modo dorado. La meta del análisis es reconstruir los mesones B a partir de sus productos de decaimiento con buena pureza y eficiencia, *tag* su sabor con el B asociado y medir la dependencia temporal de la asimetría de donde se puede extraer  $\sin 2\beta$ .

Reconstruir el  $J/\psi$  a partir de sus decaimientos a  $\mu^+\mu^-$  y  $e^+e^-$  proporciona una alta eficiencia y una buena supresión del background. Reconstruyendo los  $K_S$  a través del  $\pi^+\pi^-$  y  $\pi^0\pi^0$  se mantiene una buena eficiencia global. En el decay cargado, los  $K_S^0$  se identifican como un par de trazas cargadas opuestas con un vértice distinto del punto de interacción, mientras que los mesones neutros se identifican como cuatro cúmulos neutros en el calorímetro.

# Bibliografía

- [1] J.H. Christenson, J.W. Cronin, V.L. Fitch and R. Turlay, *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 138.
- [2] V. Fanti *et al.* [NA48 Collaboration], *Phys. Lett.* **B465** (1999) 335.
- [3] A. Alavi-Harati *et al.* [KTeV Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 22.
- [4] B. Aubert *et al.* [BaBar Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **87** (2001) 091801.
- [5] K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **87** (2001) 091802.
- [6] Y. Grossman, Y. Nir and R. Rattazzi, CP violation beyond the standard model,” *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.* **15** (1998) 755. [arXiv:hep-ph/9701231].
- [7] A.D. Sakharov, *JETP Lett.* **5** (1967) 24.
- [8] *The BaBar Physics Book*, eds. P. Harrison and H.R. Quinn, SLAC-R-504 (1998).
- [9] K. Anikeev *et al.*, FERMILAB-Pub-01/197 [hep-ph/0201071]. “B physics at the Tevatron: Run II and beyond,”
- [10] P. Ball *et al.*, CERN-TH/2000-101 [hep-ph/0003238], in *CERN Report on Standard Model physics (and more) at the LHC* (CERN, Geneva, 2000), p. 305. “B decays at the LHC,”
- [11] G. Branco, L. Lavoura and J. Silva, *CP Violation* (Oxford Science Publications, Clarendon Press, Oxford, 1999); I.I. Bigi and A.I. Sanda, *CP Violation* (Cambridge Monographs on Particle

Physics, Nuclear Physics and Cosmology, Cambridge University Press, Cambridge, 2000).

- [12] C.Jarlskog *CP Violation* (Advanced Series on Directions in High Energy Physics-Vol 3, World Scientific 1989)
- [13] A.J. Buras and R. Fleischer, “Quark mixing, CP violation and rare decays after the top quark discovery,” *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.* 15 (1998) 65.
- [14] A.J. Buras, hep-ph/9806471, lectures given at Summer School on Theoretical Physics: Probing the Standard Model of Particle Interactions, Les Houches, France, 28 July – 5 September 1997. “Weak Hamiltonian, CP violation and rare decays,” arXiv:hep-ph/9806471.
- [15] Y. Nir, hep-ph/9911321, “CP violation in and beyond the standard model,” Lectures impartidas en SLAC Summer Institute on Particle Physics: CP Violation in and Beyond the Standard Model (SSI 99), Stanford, CA, 7–16 July 1999.
- [16] N. Cabibbo, *Phys. Rev. Lett.* 10 (1963) 531.
- [17] M. Kobayashi and T. Maskawa, *Progr. Theor. Phys.* 49 (1973) 652.
- [18] K. Hagiwara *et al.* [Particle Data Group], *Phys. Rev.* D66 (2002) 010001.
- [19] C. Jarlskog, *Phys. Rev. Lett.* 55 (1985) 1039; *Z. Phys.* C29 (1985) 491.
- [20] L. Wolfenstein, *Phys. Rev. Lett.* 51 (1983) 1945.
- [21] D.G. Cassel, “Contributions of charm physics to CKM parameters,” eConf C0304052 (2003) WG501 [hep-ex/0307038].
- [22] A.J. Buras, hep-ph/0307203, “CP violation in B and K decays: 2003,” lectures impartidas 41st International University School of Theoretical Physics: Flavour Physics (IUTP 41), Schladming, Styria, Austria, 22–28 February 2003.
- [23] Heavy Flavour Averaging Group:  
<http://www.slac.stanford.edu/xorg/hfag/>.



- [24] R. Fleischer, “Extracting gamma from  $B/s(d) \rightarrow J/\psi K(S)$  and  $B/d(s) \rightarrow D/d(s) + D/d(s)^-$ ,” *Eur. Phys. J. C* **10** (1999) 299.
- [25] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], “Measurement of the CP-violating asymmetry amplitude  $\sin 2\beta$ . ((B)),” *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 201802. [arXiv:hep-ex/0207042].
- [26] K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], “Measurement of CP-violation parameter  $\sin(2\phi(1))$  with 152 million B anti-B pairs,” BELLE-CONF-0353 [hep-ex/0308036].
- [27] R. Fleischer and T. Mannel, “General analysis of new physics in  $B \rightarrow J/\psi K$ ,” *Phys. Lett. B* **506** (2001) 311.
- [28] H. Boos, T. Mannel and J. Reuter, “The gold-plated mode revisited:  $\sin(2\beta)$  and  $B^0 \rightarrow J/\psi K(S)$  in the standard model,” SI-HEP-2004-04 [hep-ph/0403085].
- [29] K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], *Phys. Rev. D* **68** (2003) 012001.
- [30] R. Fleischer and J. Matias, “Exploring CP violation through correlations in  $B \rightarrow \pi K$ ,  $B/d \rightarrow \pi^+ \pi^-$ ,  $B/s \rightarrow K^+ K^-$  observable space,” *Phys. Rev. D* **66** (2002) 054009. [arXiv:hep-ph/0204101].
- [31] B. Aubert *et al.* [BaBar Collaboration], “Observation of the decay  $B^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$ ,” *Phys. Rev. Lett.* **91** (2003) 241801. [arXiv:hep-ex/0308012].
- [32] K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], “Evidence for  $B^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$ ,” *Phys. Rev. Lett.* **91** (2003) 261801. [arXiv:hep-ex/0308040].
- [33] R. Aleksan, I. Dunietz and B. Kayser, “Determining the CP violating phase gamma,” *Z. Phys. C* **54** (1992) 653.
- [34] A.J. Buras and M.K. Harlander, “A Top quark story: Quark mixing, CP violation and rare decays in the standard model,” *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.* **10** (1992) 58.