Examen Física III 8-IV-2010

1) Desde la plataforma espacial *Enterprise* parte el vehículo de exploración espacial *Sojourner* con velocidad $0.6c$, a las 00:00 según los relojes tanto de la plataforma como del vehículo. A las 01:00 de la estación, se envía una señal de radio al vehículo. ¿Cuál es la hora de a bordo de éste cuando se recibe?

Ambos relojes marcan 00:00 en el momento del despegue. En el sistema de la estación, a las 01:00 la nave está a $d = 0.6c \cdot 1$ h=0.6 h-luz de distancia. El fotón tarda en alcanzarla $d/(c - v) = 0.6$ h-luz$/(c - 0.6c) = 1.5$ h, luego el reloj de la estación marca las 02:30. Sin embargo, el reloj del vehículo marcha más despacio visto desde la estación, o de otro modo, el tiempo propio entre el despegue y la recepción del fotón es medido en el vehículo, por lo que sólo han transcurrido $\Delta t' = \Delta t/\gamma = 2.5$ h$/1.25 = 2$ h en su sistema, luego el reloj del vehículo marca las 02:00.

2) Dos electrones ($m_e c^2 = 0.511$ MeV) se aproximan en un cierto Sistema de Referencia Inercial en sentidos opuestos con la misma velocidad $0.5c$. Comparar su energía ne este SRI con la correspondiente en el SRI en el que uno de las partículas está n reposo. A lo mejor encuentran ustedes cómodo expresar también los momentos en unidades de MeV$/c$

En el sistema de refencia inicial S, ambos electrones poseen la misma energía: $E = m_e \gamma c^2 = 0.59$ MeV, y momento (en sentidos opuestos) $p = m_e \gamma v = 0.295$ MeV$/c$. El sistema S' en el que uno de los electrones está en reposo (digamos el que se movía en S de izquierda a derecha) se mueve con velocidad $v = +0.6c$ respecto a S. En este sistema, de las transformaciones de Lorentz para energía y momento $E' = \gamma(E - v \cdot p)$ se obtiene:

- Electrón 1: $E'_1 = \gamma(E - v \cdot p) = 0.511$ MeV.
- Electrón 2: $E'_2 = \gamma(E - v \cdot (-p)) = 0.85$ MeV.

De otro modo: en el sistema S', el primer electrón se queda en reposo, luego su energía es simplemente su energía en reposo $m_e c^2 = 0.511$ MeV. El segundo electrón se mueve más rapido, con una velocidad $v' = (v + v)/(1 + v^2/c^2) = 0.8c$ *hacia la izquierda*, luego su energía es $m_e \gamma_{v'} c^2 = 0.85$ MeV.

3)Considere la función de onda $\psi(x) = x(x - L)$. Normalizándola en $(0, L)$, calcule el valor esperado del momento y la energía, y comente el

resultado.
La norma de esta función es: $N^2 = \int_0^L x^2(x-L)^2\,dx = \frac{L^5}{30}$. El valor esperado del momento se obtiene como:

$$\langle P \rangle = -i\hbar \frac{1}{N^2} \int_0^L \psi^*(x)\psi'(x)\,dx = -i\hbar \frac{1}{N^2} \int_0^L x(x-L)2x\,dx = 0$$

y el valor esperado de la energía:

$$\langle E \rangle = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{1}{N^2} \int_0^L \psi^*(x)\psi''(x)\,dx = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{1}{N^2} \int_0^L x(x-L)2\,dx = \frac{\hbar^2 10}{2mL^2}$$

Nótese que $\langle E \rangle$ es muy parecido a $E_1 = \frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}$ (la diferencia es un 1%): debe ser mayor, porque E_1 es el mínimo valor posible, y es razonable que salgan parecidas, porque la función de onda dada (una parábola) es parecida a ψ_1 (un seno).