

Fundamentos de Física III

Hoja de problemas 5

1) Sea la función de onda $\psi(x) = e^{-x^2/a^2}$ definida en toda la recta $-\infty < x < \infty$, sin potencial. Calcula su valor esperado de posición, momento y energía. “Repite” el cálculo para $\psi(x) = e^{-(x-x_0)^2/a^2}$.

2) Repite el cálculo para $\psi(x) = e^{ipx}e^{-x^2/a^2}$. ¿Qué puedes decir del resultado?

3) Las autofunciones de la energía para el oscilador armónico son de la forma:

$$\psi_n(x) = H_n(x)e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}}$$

donde $H_n(x)$ es un polinomio de grado n (recuerda que $n \geq 0$). Encuentra ψ_1 usando la ecuación de Schrödinger (ecuación de autovalores) y el espectro de energía del oscilador armónico.

4) Siguiendo con el oscilador armónico, también sabemos que si ψ es una autofunción de la energía con autovalor ϵ_n , $\hat{a}\psi$ es una autofunción con autovalor ϵ_{n+1} , donde $\hat{a} = \partial_y + y$, $y = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}x$. Calcula de este modo ψ_1 y ψ_2 .

5) Calcula los valores esperados de la posición para los estados ψ_0 , ψ_1 , y $\tilde{\psi} = \psi_1 + \psi_0$ (seguimos en el oscilador armónico). Cuidado con la norma de ψ_0 y ψ_1 .

6) Sea una función de onda $\psi(x, y, z)$ en el espacio tridimensional. ¿Cuál es el significado físico de $\psi(x, y, z)$? ¿Cuál es el significado físico de $\psi(r, \theta, \phi)$?

7) Calcula la norma de la función de onda $\psi(x, y, z)$ que vale 1 dentro del cubo de arista L y 0 fuera. Haz lo mismo para la función de onda $\psi(r, \theta, \phi)$ que vale 1 dentro de una esfera de radio L y 0 fuera.

8) Repite el problema anterior cambiando “vale 1” por “vale e^{-r^2/L^2} donde r es la distancia al origen” (para los dos casos).

9) Repite el problema 7) para una función de onda que vale $e^{-r^2/L^2} \cos \theta$, en coordenadas polares, dentro de la esfera de radio L y 0 fuera.

10) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar a la partícula con una función de onda $\psi = e^{-r^2/r_0^2} \sin \theta$ a una distancia entre $2r_0$ y $2.1r_0$? (O aproximais, o usais tablas).

11) Supón que la función de onda $\psi = u(r) \sin \theta$ tiene norma 1. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar a la partícula dentro del cono $\theta < \frac{\pi}{3}$?