Fundamentos de Física III

Hoja de problemas 1 - Solución

1) Escojámos el isótopo ${}^{238}_{92}\mathrm{U}$ (muy popular), cuya masa es 238.05 unidades atómicas. Sumando la masa de 92 protones (1.007 u) y de 146 neutrones (1.009 u) nos salen 239.9 u. El cociente entre ambas nos dice que un 0.79% de la masa (1.9 u, o sea casi dos nucleones) se ve reducida por la energía potencial negativa de ligadura.

Nota para despistados: si uno mira la masa del uranio en una tabla, le dan un valor que **no** es la masa de ningún isótopo en particular, sino una media entre todos los existentes (ponderada por su abundancia en la naturaleza). **No** hay que comparar nada entre distintos isótopos, sino escoger uno concreto y asegurarse que el valor de la masa que utilices es el correcto.

2)*Errata*: la fórmula $\frac{3}{2}nRT$ está *mal*. El factor 3/2 sólo vale para gases monoátomicos. *Mea culpa*.

Escojámos el oxígeno O_2 a condiciones normales ($P = 1$ atm, T =300K). De $PV = nRT$, obtenemos que el número de partículas por unidad de volumen es $\frac{PN_A}{RT} = 2.4 \cdot 10^{25}\,\mathrm{m}^{-3}$, o sea más o menos $4{\cdot}10^{-20}\,\mathrm{cm}^3$ por partícula. Por otro lado, si la energía total es $3/2nRT$ (que no lo es; para el caso del O_2 el factor correcto es 7/2) la energía de una partícula es $\frac{3}{2}k_BT$, y su momento es $p = \sqrt{2mE} = \sqrt{3mk_BT} = 1.8 \cdot 10^{-23}$ unidades SI. De ahí extraemos que la longitud de onda asociada es $\lambda = \frac{h}{p} = 3.6 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}$, y la esfera *cuántica* (un nombre que me he inventado yo) tiene un volumen $2.03 \cdot 10^{-25}\,\mathrm{cm}^3$, **mucho menor** que el volumen por partícula.

Nota para despistados: muchos me habeis hecho la cuenta tomando 1 partícula, o $1/N_A$ moles... Vale, es un atajo para no llevarse el número de partículas dividiendo, no está *mal*... ¡Pero que nadie **nunca**, **jamás** piense en que una partícula sola se comporta como un gas ideal, que tiene una presión asociada, una temperatura, etc...!

3) Tomemos el carbono (con una masa atómica de 12 u), a una densidad aproximada de ρ =1 g$\cdot$cm^{-3} (como el agua). La energía gravitatoria total de una esfera es (más o menos) $\frac{GM^2}{R}$, y como $M = \frac{4}{3}\pi\rho R^3$, o también $M = m \cdot N$ (número de partículas por masa de las partículas), entonces podemos reescribirla como $E_G = G\rho mNR^2$. Para que la energía gravitatoria de *cada partícula* sea 1 eV, el radio debe ser $\sqrt{\frac{1eV}{4\pi/3G\rho m}} \simeq 5400$ km.

O sea, la energía gravitatoria de cada partícula es igual a la energía que (más o menos) se intercambia en un proceso químico (por partícula) cuando la esfera tiene un tamaño, digamos, *astronómico*. Por eso los asteroides tienen formas aleatorias, pero los planetas (y más allá) toman formas esféricas.