Fundamentos de Física III

Hoja de problemas 3 - Solución

Primer reloj=*Reloj de proa*; Segundo reloj=*Reloj de popa*

1)a) Parece que la dificultad está en que significa el enunciado: "¿Qué marca en ese instante el otro reloj (*segundo reloj*) del patinete, según Rodolfo (o cualquier amigo suyo quieto respecto a él)?". El enunciado define la pregunta: de todos los amigos de Rodolfo en reposo en relativo respcto a él con sus relojes sincronizados con el suyo, hay uno (el que estaba en $x = -300$ m) que se cruzó con el reloj de popa, y pudo mirar cu'anto marcaba. Esa es la respuesta.

Versión intuitiva: Si los relojes estaban sincronizados en el sistema del patinete S', es que se hizo algún tipo de experimento para sincronizarlos, como por ejemplo, poner un poste luminoso en medio. De esta forma, al llegar los pulsos de luz a ambos relojes, estos pueden ponerse en marcha simultáneamente.

Obviamente, en el sistema S de la *tierra*, lo que sucede es muy distinto. Vemos un poste luminoso en el punto medio de los dos relojes, desplazándose todos con velocidad $0.8c$. La distancia del poste a cada reloj es $250\,\mathrm{m}/\gamma = 150$ m, puesto que las longitudes aparecen contraidas[1]. Cuando el poste se enciende, la luz alcanza antes al reloj de popa (que se acerca hacia el pulso) que al de proa (que se aleja). La diferencia de tiempos es $\frac{150\,\mathrm{m}}{c-0.8c} - \frac{150\,\mathrm{m}}{c+0.8c} \simeq 2.2\,\mu\mathrm{s}$. **Pero** los relojes marchan más lento (se están moviendo), luego la diferencia *entre lo que marcan* visto en tierra es $2.2\ \mu\mathrm{s}/\gamma = 1.3\,\mu\mathrm{s}$. O sea, esa es la cantidad que el reloj de popa adelanta al de proa visto desde S, y eso es lo que marca cuando el de proa marca 0.

Versión algebraica: En S el suceso "el reloj de proa se cruza con Rodolfo" es simultáneo con "el reloj de popa marca nosecuanto". Las coordenadas que le da Rodofo a ese suceso son $x = -300$ m y $t = 0$. En S': $ct' = \gamma(ct - \beta x) = -\frac{5}{3}0.8(-300\mathrm{m}) = 1.3\,\mu\mathrm{s}$-luz, y t' es el tiempo que miden los relojes en S', o sea que...

b) El reloj de popa tarda $300\mathrm{m}/0.8c = 1.25\,\mu\mathrm{s}$ en llegar hasta Rodolfo (según él). Como ambos relojes marchan más despacio (según él), marcan $1.25\,\mu\mathrm{s}/\gamma = 0.75\,\mu\mathrm{s}$ más

[1] Si entendisteis que el patinete media 500 m para Rodolfo, no pasa nada.

con respecto al apartado anterior.

c)Según Ramiro, en el momento que el reloj de popa se cruza con Rodolfo, han pasado $500\text{m}/0.8c = 2.1\,\mu$s desde que el reloj de proa se cruzó con Rodolfo, instante en que ambos relojes (del patinete) marcaban 0 (según Ramiro). Por tanto, el reloj de proa marca esa cantidad.

Nota: Todo encaja: hemos dicho que según Rodolfo, en el apartado a), el reloj de popa marca $1.3\,\mu$s, y en b) que avanza $0.75\ \mu$s en lo que se cruza con él, o sea que marca $2.1\,\mu$s. . .
Fijaos que el apartado c) puede resolverse directamente del apartado b): tenemos el suceso "el reloj de popa se cruza con Rodolfo y marca $2.1\ \mu$s" y visto por Ramiro, que sabe que ambos relojes están sincronizados en su sistema de referencia, no queda otra que concluir que el reloj de proa marca eso también. Por supuesto, *visto por Rodolfo*, el reloj de proa **no** marca $2.1\,\mu$s cuando él se cruza con el de popa. . .

d)Cuando el reloj de proa marca 1h, ha pasado $\gamma \cdot 1\text{h}{=}1.6$ h para Rodolfo (él ve los relojes del patín marchar más lento) desde que se encontró con él y ambos marcaban 0, luego está a una distancia de $0.8c \cdot 1.6\text{h}{=}1.3$ h-luz. Por tanto, entre lo que tarda en ser emitido y lo que tarda en que le alcance el fotón, el reloj de Rodolfo marca $\frac{1.3\,\text{h-luz}}{c} + 1.6\,\text{m} = 3$ h cuando le llega.

e)El fotón parte de $x = 0$ cuando el reloj de proa está a 3 h$\cdot 0.8c = 2.4$ h-luz, y se aleja con velocidad $0.8c$, luego tarda en alcanzarlo 2.4 h-luz$/(c-0.8c)$=12 h. En total, lo alcanza cuando el reloj de Rodolfo marca 15 h, pero como los relojes del patín marchan más lento, el reloj de proa marca 15 h$/\gamma$=9 h.

Respuesta a la nota al pie: La diferencia es crucial. Los apartados b1), d) y e) no necesitan ninguna referencia: estamos hablando de un único suceso. En los otros hablamos de dos sucesos separados: son cuestiones del tipo "Dado el suceso 1, en el sistema de referencia tal, es simultáneo con el suceso *en algún sitio, tal reloj marca nosequé*. ¿Cuánto es *nosequé*?". Hace falta dar un sistema de referencia si vamos a hablar de sucesos separados y simultáneos (porque la simultaneidad es relativa).

2)Llamémos 1 y 2 a las partículas finales. La energía total del sistema en el estado final es: $E_T^f = E_0^{(1)} + E_0^{(2)} + E_K^{(2)} = 1.28$ GeV; y el momento total es $p_T^f = p^{(2)} = \frac{1}{c}\sqrt{(E_0^{(2)} + E_K^{(2)})^2 - (E_0^{(2)})^2} = 1.13$ GeV.

Estas cantidades se conservan, luego son la energía y momento de la partícula A inicial. Su masa en reposo es entonces $E_0^A/c^2 = \frac{1}{c^2}\sqrt{(E_T^f)^2 - (p_T^f)^2} \simeq 600$ MeV$/c^2$. La velocidad puede calcularse como $\beta = c \cdot \frac{p_T^f}{E_T^f} = 0.88$.